



Jernbane-  
direktoratet

# Samfunnsøkonomisk effektiv prising av tog- reiser

En teoretisk analyse

|                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| Utarbeidet av<br>Øyvind Sunde | Saksnummer<br>202001596       |
| Godkjent av<br>NN             | Dokumentnummer<br>202001596-5 |
| Dato<br>02.06.2021            | Versjon<br>01                 |
| Endringslogg:                 |                               |

# Sammendrag

Et sentralt mål for Jernbanedirektoratet er å bidra til en *samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk*, uttrykt ved målet om å oppnå «mer for pengene». Det krever blant annet at togtilbudet er kostnadseffektivt og tilpasset passasjerene sine reisebehov og preferanser, samt at man sikrer en samfunnsøkonomisk effektiv bruk av togtilbudet.

Hensynet til samfunnsøkonomisk effektiv bruk av togtilbudet tilsier at man *prioriterer de reisene som har størst verdi* for samfunnet. Videre tilsier det at det bør reises i den utstrekning *verdien av en ekstra reise kan forsvare merkostnaden som en slik ekstra reise påfører samfunnet*, det vi kaller for den *samfunnsøkonomiske grensekostnaden*.

## Grensekostnadsprising

Det er det enkelte individ som foretar beslutningene om å reise, og disse beslutningene blir ventelig tatt utfra hensyn til individet selv – dets verdsetting av å reise på den ene side og dets kostnader knyttet til å reise på den annen side. Et individ vil ventelig velge å reise såfremt dets egen verdsetting av å reise overstiger egen generaliserte reisekostnad, der den generaliserte reisekostnaden består av prisen individet må betale for å reise samt individets egne tidskostnader knyttet til det å reise. Det vil ventelig være slik at jo høyere generalisert reisekostnad alt annet like, jo færre reiser vil det enkelte individ finne det ønskelig å foreta.

For å sikre at individene foretar reisebeslutninger som er i samsvar med det som er samfunnsøkonomisk effektivt så blir det sentralt å *forene det som er i individets egen interesse med det som er effektivt for samfunnet*. Prisen har i den sammenheng en viktig rolle. Mer presist bør prisen være slik at den private generaliserte reisekostnaden gjenspeiler den samfunnsøkonomiske grensekostnaden, et prinsipp som generelt er kjent som prinsippet om grensekostnadsprising.

I den samfunnsøkonomiske grensekostnaden inngår blant annet den reisende sin egen reisetidskostnad, men ettersom denne bæres av den reisende selv vil dette være hensyntatt i reisebeslutningene og er derfor ikke prisingsrelevant. Det betyr at prisen skal gjenspeile merkostnaden som reisen påfører *andre* i samfunnet, dvs. andre medpassasjerer, togoperatør, det offentlige eller samfunnet forøvrig. Dette kaller vi for den *prisingsrelevante grensekostnaden*.

For å kunne implementere grensekostnadsprising må man fastslå hvilke merkostnader en reise påfører samfunnet. Her kan det anlegges et kortsiktig eller et langsiktig perspektiv.

## Grensekostnadsprising kort sikt

På kort sikt vil togtilbudet være gitt, både hva angår kapasitet og kvalitet. Når man ser isolert på operatørens kostnader knyttet til det å produsere togtilbudet så vil disse i praksis være tilnærmet upåvirket av hvor mange som bruker togtilbudet. Merkostnaden for operatør er dermed tilnærmet null på kort sikt. Det betyr at dersom en reise gjennomføres i et tidsrom og på en strekning hvor det er ledig kapasitet så skal det i utgangspunktet ikke koste noe å foreta en togreise.

Dersom en reise derimot gjennomføres i et tidsrom og på en strekning hvor det er kapasitetsproblemer så forholder det seg annerledes. I slike tilfeller vil en ekstra reise kunne føre til en økning i trengsel om bord på toget. Ettersom passasjerer har en ulempe av trengsel vil en ekstra reise føre til økte ulempekostnader for medpassasjerene. Den prisingsrelevante samfunnsøkonomiske grensekostnaden vil i slike tilfeller bestå av den marginale økningen i ulempekostnader for alle berørte medpassasjerer. Dette er et eksempel på det som i faglitteraturen omtales som eksterne kostnader og hvor prisen er å betrakte som en avgift som er ment å internalisere de eksterne kostnadene.

I noen tilfeller vil individens beslutning om å reise kunne hindre andre individer i å reise. Den samfunnsøkonomiske grensekostnaden vil i slike tilfeller være lik betalingsviljen for de reisene som blir fortrent. Ved å la prisen anta et nivå som er slik at etterspørselen er lik den tilgjengelige kapasiteten er man sikret at kapasiteten blir rasjonert bort til de individene som har størst verdsetting av å reise.

## Grensekostnadsprising lang sikt

På lang sikt kan togtilbudet endres, både kapasitet og kvalitet. Det å øke transportkapasiteten vil kunne ha verdi på de strekninger og i de tidsrom hvor det er kapasitetsproblemer ettersom det tillater flere reisende, eventuelt gir rom for mindre trengsel ombord. Skal man kunne forsvare en økning i kapasiteten må det være slik at betalingsviljen for økt kapasitet overstiger operatørens merkostnad knyttet til å øke kapasiteten. I den sammenheng vil pris kunne benyttes som et instrument til å avsløre hvor mange som har tilstrekkelig stor betalingsvilje til å kunne forsvare merkostnadene knyttet til økt kapasitet. Det oppnås ved å ta en pris på de strekninger og i de tidsrom det er kapasitetsproblemer, en pris som gjenspeiler merkostnaden knyttet til å øke kapasiteten marginalt. Den tilhørende etterspørselen vil være bestemmende for den kapasiteten man bør ha på togtilbudet i de tidsrom og på de strekninger der det er størst kapasitetsbehov. Utenom disse strekningene og tidsrommene bør det i utgangspunktet ikke koste noe å reise med tog.

Det å øke transportkapasiteten i en gitt tidsperiode kan skje ved å øke passasjerkapasiteten per tog og/eller ved å øke antallet avganger. Sett fra operatør sitt ståsted så koster det mindre å øke passasjerkapasiteten per tog enn å øke antallet avganger. Sett fra de reisende sitt ståsted vil det å øke antallet avganger derimot være å foretrekke ettersom det gir kortere ventetid. Teori for samfunnsøkonomisk optimale rutetilbud tilsier at transportkapasiteten bør økes dels ved å øke passasjerkapasiteten per tog og dels ved å øke antallet avganger. På tross av det er det kun merkostnaden knyttet til å øke kapasiteten per tog som er prisingsrelevant, men ikke merkostnaden knyttet til å bedre rutetilbudet. Dette skyldes at kvaliteten på rutetilbudet er å betrakte som en form for kollektivt gode hvor ett individs nytte av et bedre rutetilbud ikke er til fortrengsel for andres nytte av det bedre rutetilbudet. Det er dermed ikke behov for å bruke prisene til å rasjonere dette godet slik tilfelle er med transportkapasiteten.

## Modifiserte prisregler for å begrense offentlige tilskudd

En konsekvens av å følge prinsippet om samfunnsøkonomisk effektiv prising vil altså være at prisene skal være relativt høye for reiser som går over strekninger og i tidsrom der det er press på kapasiteten, mens det for øvrig skal koste lite eller intet å reise med tog. Dersom man anlegger et langsiktig perspektiv og lar prisene i trafikktoppene gjenspeile merkostnaden knyttet til å øke kapasiteten per tog, så vil billettinntektene dekke kostnadene knyttet til å tilby kapasitet. Kostnadene knyttet til å tilby kvalitet på rutetilbudet vil derimot måtte dekkes gjennom offentlige tilskudd. Offentlige tilskudd har en realøkonomisk kostnad og bør derfor begrenses.

Det å begrense offentlige tilskudd kan oppnås ved å fravike fra prinsippet om grensekostnadsprising og la prisene ikke bare dekke kostnadene knyttet til kapasitet, men også dekke deler av kostnadene knyttet til å tilby kvalitet i rutetilbudet. Fordi det vil føre til høyere priser vil det føre til at enkelte unnlater å reise på tross av at deres betalingsvilje overstiger den samfunnsøkonomiske grensekostnaden, noe som gir opphav til samfunnsøkonomiske effektivitetstap. Jo mer priselastisk etterspørselen er jo flere vil unnlate å reise og jo større vil dette effektivitetstapet være. For å minimere de samlede tapene bør det relative prispåslaget på grensekostnad derfor være mindre jo mer prisfølsom eller priselastisk etterspørsel etter togreiser. Denne prisregelen er kjent som den inverse elasticitetsregel og tilsier at man bør segmentere og prisdiskriminere kundene etter hvor prisfølsom etterspørselen er.

Hensynet til å spare offentlige tilskudd tilsier at man bør supplere ordinære enkeltbilletter med mer raffinerte betalingsformer bestående av flere prisledd, for eksempel fastprisledd (som er uavhengig av antall reiser) pluss en pris for hver reise. Ved å la pris per reise gjenspeile samfunnsøkonomisk grensekostnad kan man sikre seg samfunnsøkonomisk effektivt reiseomfang samtidig som man gjennom fastpriselementet kan oppnå inntekter for å begrense offentlige tilskudd til togdriften. Utfordringen er imidlertid å fastsette en optimal størrelse på fastpriselementet ettersom en lav fastpris vil kunne gi lave tilleggssinntekter mens en høy fastpris vil kunne føre til at mange velger å betale for enkeltreiser med tilhørende effektivitetstap.

### **Modifiserte prisregler ved feilprising av alternative transportformer**

Prisene på togreiser har ikke bare konsekvenser for hvorvidt individer velger å reise, men også hvordan de velger å reise. Det vil presumptivt være slik at jo høyere pris på togreiser, jo flere vil finne det attraktivt å reise med andre transportformer, eksempelvis privatbil. Slike alternative transportformer kan medføre såkalte eksterne kostnader. I den grad disse er internalisert gjennom bruk av korrektive avgifter er dette uproblematisk med hensyn til samfunnsøkonomisk effektivitet. Men dersom de eksterne kostnadene ikke er fullt ut internalisert gjennom avgifter vil slike alternative transportformer ha for lav pris og dermed oppnå en større andel av transportarbeidet enn det som er samfunnsøkonomisk effektivt. Den beste løsningen vil selvsagt være å sørge for full internalisering gjennom avgifter. Men dersom det (av en eller annen grunn) ikke er realistisk kan en nest-beste løsning være å senke prisen på de transportformene som ikke har slike eksterne kostnader for på den måten oppnå et samfunnsøkonomisk effektivt prisforhold (om enn ikke effektivt prisnivå). Det vil isolert sett tilsi at prisene på togreiser bør være lavere enn samfunnsøkonomisk grensekostnad.

# Innhold

|  |           |
|--|-----------|
| Sammendrag .....   | 3         |
| <b>1 Introduksjon .....</b>  | <b>7</b>  |
| <b>2 Prinsipper for samfunnsøkonomisk effektiv prising.....</b>                                | <b>8</b>  |
| 2.1 Samfunnsøkonomisk effektivitet .....   | 8         |
| 2.2 Grunnleggende om muligheten for og ønskeligheten av å ta betalt for forbruk av goder ..... | 8         |
| 2.3 Prising for å sikre samfunnsøkonomisk effektiv prioritering .....                          | 9         |
| 2.4 Grensekostnadsprising for å sikre samfunnsøkonomisk effektivt omfang på forbruket .....    | 10        |
| 2.5 Samfunnsøkonomisk effektiv prising ved kapasitetsgrenser.....                              | 11        |
| 2.6 Nest beste samfunnsøkonomisk effektiv prising: Avvik fra grensekostnadsprising .....       | 12        |
| 2.7 Prising med flere priselementer: Ikke-uniform prising.....                                 | 14        |
| <b>3 Kostnader ved togtransport og -reiser .....</b>   | <b>18</b> |
| 3.1 Transportkapasitet og kvalitet på rutetilbudet .....                                       | 18        |
| 3.2 Produksjonskostnader for togoperatør .....   | 18        |
| 3.3 Produksjonskostnader og variasjon i kapasitetsbehov .....                                  | 21        |
| 3.4 Tidskostnader for passasjerer .....  | 23        |
| 3.5 Samfunnsøkonomiske kostnader .....   | 25        |
| <b>4 Samfunnsøkonomisk effektivt passasjertogtilbud .....</b>                                  | <b>26</b> |
| 4.1 Samfunnsøkonomisk effektiv frekvens .....  | 26        |
| 4.2 Samfunnsøkonomisk effektiv frekvens ved variasjon i etterspørsel over tid .....            | 29        |
| 4.3 Samfunnsøkonomisk effektiv frekvens ved retningsubalanse .....                             | 31        |
| <b>5 Samfunnsøkonomisk effektiv prising av togreiser .....</b>                                 | <b>33</b> |
| 5.1 Første-beste grensekostnadsprising: Kort sikt.....   | 33        |
| 5.2 Første-beste grensekostnadsprising: Lang sikt.....   | 34        |
| 5.3 Første-beste prising ved varierende etterspørsel over tid .....                            | 36        |
| <b>6 Avrunding .....</b>   | <b>38</b> |
| <b>7 Referanser .....</b>  | <b>39</b> |

# 1 Introduksjon

Et sentralt mål for Jernbanedirektoratet er å bidra til en samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk, uttrykt ved målet om å oppnå «mer for pengene». Det krever blant annet at togtilbudet er kostnadseffektivt og tilpasset passasjerene sine reisebehov, samt at prisene sikrer en samfunnsøkonomisk effektiv bruk av togtilbudet.

Prising av kollektivreiser har stor betydning for hvor effektiv man utnytter et gitt togtilbud. Ifølge det som omtales som *første-beste effektiv prising* skal pris være et *signal* til passasjerer med hensyn til hvilke merkostnader man påfører *andre enn seg selv* ved å reise. Dette er et generelt prinsipp som er kjent som prinsippet om *grensekostnadsprising*.

Prinsippet om grensekostnadsprising i en sektor (slik som togsektoren) forutsetter at øvrige priser i samfunnet følger samme prinsipp. Det forutsetter også at togselskapenes produksjonskostnader som ikke dekkes av billettinntekter kan dekkes av offentlige tilskuddsmidler uten at det påfører økonomien effektivitetstap. Brudd på disse prinsippene tilsier avvik fra prinsippet om grensekostnadsprising, fortrinnsvis slik at de samfunnsøkonomiske effektivitetstapene forbundet med avvik blir så små som mulig. Dette omtales gjerne som *nest-beste effektiv prising*.

På fjerntog med en gitt setekapasitet vil det å reise på en tid og en strekning hvor etterspørselen overstiger setekapasiteten fortrenge andre fra å reise på samme strekning på samme tid. Merkostnaden man påfører andre ved å foreta en reise vil da være den mest verdifulle reisen som blir fortrent som følge av dette. Her vil pris være et viktig instrument for å sile ut dem som har størst verdsetting av å reise på tider og strekninger hvor etterspørselen overstiger setekapasiteten.

På lokaltog er passasjerkapasiteten mer «elastisk» i og med at det er aktuelt for passasjerer å stå dersom sitteplassene er belagt. Men det å stå vil naturlig nok være mer belastende enn å få sitteplass, og jo trangere man står jo større vil ulempen ventelig være. Dette innebærer at tidskostnadene for de reisende vil øke jo større trengsel det er ombord. I slike tilfeller vil pris være et viktig instrument for å stille passasjerene overfor de økte ulempekostnadene man påfører sine medpassasjerene ved å bidra til større trengsel. Dette er et eksempel på det som omtales som eksterne kostnader. En pris (eller mer presist avgift) som gjenspeiler de marginale eksterne kostnadene vil medføre en effektiv begrensning i antallet passasjerer.

I et lengre tidsperspektiv vil prising av togreiser imidlertid også ha betydning for det togtilbudet man bør ha. Prinsippene for samfunnsøkonomisk effektivt togtilbud (eller mer generelt kollektivtilbud) tilsier at togtilbudet bør bli bedre (eksempelvis i form av økt frekvens) jo større passasjertettheten er. Og ettersom antallet passasjerer er bestemt av blant annet pris på togreiser så vil prising også ha konsekvenser for togtilbudet. Det å endre togtilbudet vil imidlertid normalt bare være aktuelt på litt lengre sikt. Det betyr at det på lang sikt vil være en gjensidig avhengighet mellom pris og rutetilbud.

I denne rapporten vil vi se på teori for prising i så vel et kortsiktig som et langsiktig perspektiv. Vi fokuserer på første-beste prising, men berører også nest-beste prising av hensyn til at begrense offentlige tilskudd til togdriften samt hensynet til feilprising av alternative transportformer. I tillegg til å se på prising av enkeltbilletter betrakter vi også mer raffinerte prisstrukturer bestående av flere prisledd

Samfunnsøkonomisk teori for effektiv prising av togreiser tilsier at prisene skal variere med reisetidspunkt, reisestrekning og reiseretning. Det vil kunne framstå som komplisert og lite transparent for kundene. Hensynet til kundevennlighet vil derfor kunne tilsa at man avviker noe fra prinsippene om effektiv prising, presumptivt slik at effektivitetstapene blir minst mulig. Det kan for eksempel tilsa at man har en fast prisstruktur mht reisetidspunkt og retning, mens man legger til grunn reiselengde framfor det mer korrekte reisestrekning. I denne rapporten er det imidlertid ikke drøftet og vurdert hva som er «optimale» avvik fra prinsippene om samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk.

Ettersom togreiser har klare likhetstrekk med kollektivtransport generelt, trekker rapporten i stor grad veksler på mer generell teori for kollektivreiser (for eksempel buss).

# 2 Prinsipper for samfunnsøkonomisk effektiv prising

## 2.1 Samfunnsøkonomisk effektivitet

Samfunnet besitter produksjonsressurser som gjør det mulig å forsyne individene i samfunnet med en rekke goder. Fordi individene har nærmest et umettelig behov for goder og ressursene i samfunnet er knappe blir det viktig at man ikke sløser med ressursene. Det innebærer selvsagt at man ikke sløser med ressursene i fysisk forstand. Men det betyr også at man utnytter ressursene til å forsyne individene med goder som er i samsvar med individenes ønsker og behov hva angår mengde og kvalitet. Det å finne fram til en allokering av samfunnets knappe ressurser som dekker menneskenes behov i størst mulig grad omtales gjerne som samfunnets ressursallokeringsproblem.

Begrepene effektivisering og effektivitet knytter seg altså til i hvilken grad man evner å allokere ressursene slik at menneskenes behov dekkes i størst mulig grad. Dersom man tar utgangspunkt i en gitt ressursallokering og man endrer ressursallokeringen på en slik måte at noen får dekket sine behov i større grad uten at det går ut over noen andre, så har man oppnådd det som i den samfunnsøkonomiske faglitteraturen omtales som en Pareto-forbedring eller alternativt en effektivisering. Dersom man har allokert ressursene på en slik måte at man ikke kan realisere Pareto-forbedringer, dvs. man kan ikke dekke noens behov i større grad uten at det går ut over andre, så har man det man i den samfunnsøkonomiske faglitteraturen omtaler som en Pareto-optimal eller alternativt en samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk.

Det å realisere Pareto-forbedringer som bidrar til at enkelte kommer bedre ut men ingen kommer dårligere ut er imidlertid ikke enkelt i praksis. Som oftest er det slik at tiltak skaper både vinnere og tapere. Derfor benytter man ofte et litt svakere kriterium for effektivisering i praksis, nemlig at tiltak skal representere *potensielle* Pareto-forbedringer. Det vil si at dem som vinner på et tiltak kan *potensielt* mer enn kompensere dem som taper på tiltaket, men uten krav om av vinnerne faktisk skal kompensere taperne. Det å kreve at tiltak skal representere potensielle Pareto-forbedringer er et langt svakere krav enn å kreve at tiltak skal bidra til faktiske Pareto-forbedringer.

Når man skal vurdere om ressursbruken er samfunnsøkonomisk effektiv baserer man seg på kriterier for hva som kjennetegner en samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk. Disse kriteriene tjener da som en målestokk eller rettesnor. Slike kriterier kan utledes for hele økonomien sett under ett, dvs. man analyserer hvordan de samlede ressursene i samfunnet skal allokere til produksjon av alle tenkelige goder. Dette omtales gjerne som en generell analyse av ressursallokeringsproblemet.

Alternativt kan man utlede effektivitetskriterier for isolerte deler av økonomien som man ønsker å ha fokus på. Dette omtales gjerne som en partiell analyse av ressursallokeringsproblemet. Når man i en partiell analyse endrer på ressursbruken for å enten øke eller redusere mengden av det godet man har fokus på, så vil det naturlig nok påvirke mengden ressurser som er tilgjengelig til å framstille andre goder. Ønsker man eksempelvis å øke mengden av ett gode gjennom å bruke mer ressurser på å produsere dette godet, så vil det naturlig nok føre til mindre ressurser tilgjengelig til å produsere andre goder. Det samfunnet går glipp av ved å øke ressursinnsatsen og dermed tilgangen på ett bestemt gode er altså redusert tilgang på andre goder som har verdi for individene. For å kunne vurdere om det er samfunnsøkonomisk effektivt må en partiell analyse nødvendigvis måtte basere seg på forutsetninger om hvor effektiv ressursbruken er i resten av økonomien.

## 2.2 Grunnleggende om muligheten for og ønskeligheten av å ta betalt for forbruk av goder

I faget samfunnsøkonomi er det vanlig å klassifisere goder langs to dimensjoner. Den ene dimensjonen er hvorvidt det eksisterer det vi kan kalle for rivalisering i forbruket: Enkelte goder er av en slik natur at det må produseres eller tilbys dedikerte enheter til alle dem som ønsker å forbruke eller nyte godt av godet. For



slike goder vil det eksistere en rivalisering i forbruket i den forstand at dersom man har en gitt og begrenset mengde av et slikt gode så vil ett individs forbruk av en enhet av godet hindre andre fra å forbruke den samme enheten av godet. Enkelte andre goder har den egenskapen at det ikke er behov for å produsere eller tilby dedikerte enheter til alle dem som ønsker å nyte godt av godet. For slike goder eksisterer det ingen rivalisering i forbruket.

Den andre dimensjonen vi klassifiserer goder etter er det vi kan kalle for muligheten for ekskludering: Enkelte goder har den egenskapen at det er mulig å ekskludere individer fra å forbruke eller nyte godt av godene. For enkelte andre goder er det ikke mulig eller i det minste prohibitivt kostbart å ekskludere individer fra å forbruke eller nyte godt av godene.

Goder hvor det både er mulighet for å ekskludere og hvor det er rivalisering i forbruket benevnes for private goder. Goder hvor det derimot ikke er mulighet for å ekskludere og heller ingen rivalisering i forbruket benevnes for kollektive goder. Mellom disse ytterpunktene eksisterer det hybrid-goder. Et gode hvor det er mulighet for ekskludering men ingen rivalisering i forbruket benevnes gjerne for et klubb-gode. Et gode hvor det motsatt er ingen mulighet for ekskludering men likevel rivalisering benevnes gjerne for et allmennings-gode.

En nødvendig betingelse for at det skal være *mulig* å ta betalt for goder er at det er mulig å ekskludere individer fra å forbruke godene. Men at det er mulig å ta betalt for goder er ikke en tilstrekkelig betingelse for at det er *ønskelig* å ta betalt for goder utfra et samfunnsøkonomiske effektivitetsperspektiv. Et eksempel kan være såkalte klubb-goder hvor det ekskludering er mulig, men hvor det ikke eksisterer rivalisering i forbruket. Ved å ta betalt for slike goder vil enkelte individer ikke finne det regningsvarende å forbruke godet, ikke fordi de ikke har nytte av det, men fordi deres betalingsvilje ikke er tilstrekkelig stor til å forsvare prisen de må betale. Dermed vil det være individer som ikke får nytte av godet på tross av at deres forbruk ikke ville ha kostet samfunnet noe ekstra. Det vil representere et samfunnsøkonomisk effektivitetstap for samfunnet.

En nødvendig betingelse for at det utfra et samfunnsøkonomisk effektivitetsperspektiv skal være *ønskelig* å ta betalt for goder er altså at det eksisterer rivalisering i forbruket (i tillegg til mulighet for ekskludering). Pris vil her kunne ha to viktige funksjoner. For det første vil rivalisering i forbruket innebære at man må prioritere hvem som bør få anledning til å forbruke godet. I den sammenheng vil pris kunne fungere som en *effektiv prioriteringsmekanisme* ved å «sile ut» de individene som har lavest betalingsvilje for godet (eller verdsetting av godet om en vil). For det andre vil rivalisering innebære at man må bestemme hvor mange enheter som skal framstilles av et gode. I den sammenheng vil pris kunne fungere som en *effektiv mekanisme for å avsløre informasjon* om hvor mange enheter man bør tilby av et gode. Ved å kreve en pris som gjenspeiler merkostnaden ved å framstille en ekstra enhet av godet vil man få avdekket hvor mange individer som har tilstrekkelig høy betalingsvilje til å forsvare merkostnaden, og dermed avdekke hvor mange enheter som bør tilbys.

## 2.3 Prising for å sikre samfunnsøkonomisk effektiv prioritering

Muligheten for å kunne ekskludere individer fra å benytte seg av et gode (så som et togtilbud) er en nødvendig betingelse for å kunne benytte brukerbetaling eller prising om en vil. Men det er ingen tilstrekkelig begrunnelse for at man skal benytte brukerbetaling eller prising. I et samfunnsøkonomisk effektivitetsperspektiv må det foreligge en effektivitetsmessig begrunnelse, dvs. en begrunnelse for at det å prise et gode vil fremme den samfunnsøkonomiske effektiviteten.

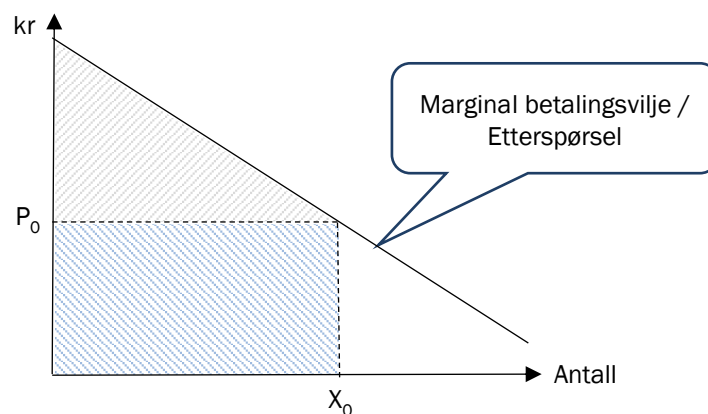
I tilfellet hvor det er rivalisering i forbruket (dvs. etterspørselen etter å reise overstiger togtilbudets passasjerkapasitet) eksisterer det nettopp en slik begrunnelse, for i slike tilfeller vil ikke alle som ønsker det få anledning til å benytte seg av togtilbudet. Man har da behov for å «sile ut» dem som har lavest verdsetting av å benytte seg av togtilbudet, noe vi gjerne måler i form av individers betalingsvilje som er den maksimale pengesummen et individ er villig til å betale for å kunne bruke et gode. Et rasjonelt individ vil presumptivt velge å forbruke et gode dersom individets betalingsvilje overstiger prisen som individet må betale for godet. Dermed vil alle dem som har en betalingsvilje som overstiger prisen velge å forbruke godet, mens alle dem som har en betalingsvilje som er lavere enn prisen vil unnlate å forbruke godet. Dermed vil det å ta betalt for et gode bidra til å «sile ut» dem som verdsetter godet høyest. Med andre ord: Prisen fungerer som en effektiv prioriteringsmekanisme.

I tilfeller hvor det ikke er rivalisering vil det derimot ikke være behov for å «sile ut» dem som har høyest verdsetting eller betalingsvilje av hensyn til samfunnsøkonomisk effektivitet. Tvert imot vil det være et poeng at alle som verdsetter et gode bør gis anledning til å nyte godt av godet dersom den enkeltes forbruk ikke er til foretrekk for andres forbruk.

## 2.4 Grensekostnadsprising for å sikre samfunnsøkonomisk effektivt omfang på forbruket

I forrige bolk ble det argumentert for at pris kan tjene som en effektiv mekanisme for å sile ut dem med lavest betalingsvilje for et gode der det foreligger rivalisering i forbruket. Litt forenklet kan vi si at dette dreier seg om *hvem* som skal gis anledning til å nyte godt av et gode. Men rent effektivitetsmessig er det også et spørsmål om *hvor mange* som bør gis anledning til å nyte godt av et gode. Også her har pris en viktig rolle å spille, og dette er tema i denne bolken.

Den enkelte konsument vil gjøre seg opp en formening om hvor mye denne maksimalt er villig til å betale for en ekstra enhet av et gode, noe som på fagspråket benevnes konsumentens marginale betalingsvilje. Den marginale betalingsvilje er således et pengemessig uttrykk for hvor sterkt individet ønsker seg en ekstra enhet av et gode, gitt konsumentens betalingsevne (inntekt) og gitt prisene på de alternative godene som konsumenten kan anskaffe seg. Den fallende kurven i figuren nedenfor illustrerer en slik sammenheng mellom en konsument sitt forbruk av et gode (målt langs den horisontale aksene) og den marginale betalingsviljen (målt i kroner langs den vertikale aksene). Det at kurven er fallende indikerer at den marginale betalingsviljen avtar med forbruket. Dvs. jo flere enheter et individ forbruker av et gode jo lavere er betalingsviljen for en ytterligere enhet av godet, hvilket er en rimelig antagelse.



En rasjonell konsument vil ventelig anskaffe en ekstra enhet av et gode såfremt den marginale betalingsvilje overstiger prisen, ellers ikke. Det betyr at dersom prisen eksempelvis er  $P_0$  så vil den marginale betalingsvilje overstige prisen inntil enhet nummer  $X_0$  hvilket betyr at konsumenten vil anskaffe seg  $X_0$  enheter av godet. En annen måte å uttrykke dette på er at konsumenten vil etterspørre  $X_0$  enheter av godet til prisen  $P_0$ . Kurven kan derfor alternativt benevnes for en etterspørselskurve som viser sammenheng mellom prisen på et gode og konsumentens etterspørsel etter godet. Det lyseblå rektangelet i figuren er produktet av pris og antall etterspurte enheter og illustrerer således konsumentens forbruksutgifter. Det lysegrå arealet illustrerer differansen mellom marginal betalingsvilje og pris summert over alle enheter som konsumenten kjøper av godet. Dette er et uttrykk for det overskuddet som konsumenten oppnår fordi konsumenten er villig til å betale mer for godet enn det konsumenten må betale for godet (prisen). Følgelig omtales dette som et konsumentoverskudd. Ettersom den marginale betalingsvilje er betinget på konsumentens inntekt og prisene på andre goder konsumenten kan anskaffe seg vil en endring i en av disse faktorene kunne føre til en endring i den marginale betalingsvilje og dermed en endring i etterspørselen – vi taler da om et etterspørselsskift.

En rasjonell konsument vil altså ventelig kjøpe mer av et gode såfremt den marginale betalingsvilje overstiger prisen inntil betalingsviljen er på marginen lik prisen:

(1) *Marginal Betalingsvilje = Pris*

Det at en konsument anskaffer seg en ekstra enhet av et gode vil typisk ha konsekvenser for andre i samfunnet. Eksempelvis vil det å øke forbruket med én enhet kunne forandre at produsenten av godet må bruke ekstra produksjonsressurser for å framstille en ekstra enhet av godet. Produksjonsressurser som det er knapphet på vil ha en pris eller en kostnad. Det betyr at produsenten vil pådra seg økte produksjonskostnader for å framstille den ekstra enheten. Vi kaller økningen i bedriftens produksjonskostnader for bedriftens grensekostnad. Men det at en konsument velger å anskaffe en ekstra enhet kan også ha andre negative eller positive konsekvenser for andre i samfunnet. Vi kaller denne (netto) økningen i samfunnets kostnader for den samfunnsøkonomiske grensekostnaden. For at den ekstra enheten skal bidra til en mer effektiv ressursbruk må den marginale betalingsviljen (som altså er et pengemessig uttrykk for konsumentens verdsetting av en ekstra enhet av godet) overstige den samfunnsøkonomiske grensekostnaden. Det vil være tilfelle inntil forbruket er så stort at betalingsviljen (som typisk avtar med antallet konsumerte enheter) er på marginen lik den samfunnsøkonomiske grensekostnaden:

(2) *Marginal Betalingsvilje = Samfunnsøkonomiske grensekostnad*

Da har vi at en rasjonell konsument vil tilpasse seg i henhold til betingelse (1) mens det utfra hensynet til samfunnsøkonomisk effektivitet er ønskelig at man får en tilpasning i henhold til betingelse (2). Det betyr at hvis man skal basere seg på at den enkelte konsument skal foreta individuelle valg utfra egne hensyn samtidig som man skal være sikret at disse valgene gir en samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk så må både betingelse (1) og (2) være tilfredsstillende hvilket innebærer:

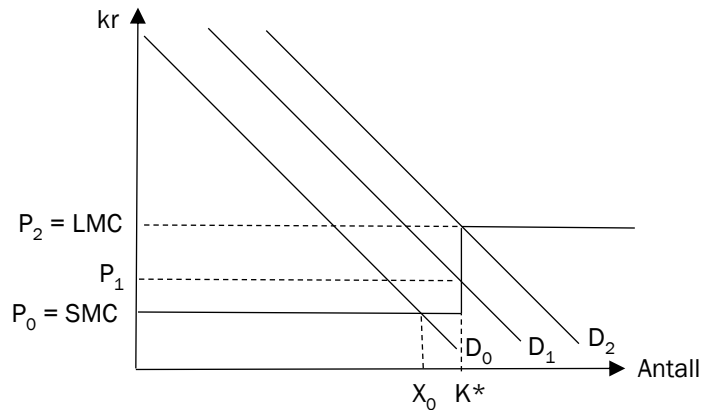
(3) *Pris = Samfunnsøkonomisk grensekostnad*

For å sikre en samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk skal altså prisen på et gode reflektere samfunnets grensekostnad. Dette prinsippet om prising av goder er kjent som prinsippet om grensekostnadsprising.

Ovenfor har vi argumentert for grensekostnadsprising utfra ønsket om at konsumenter bør konsumere et gode i den utstrekning deres marginale betalingsvilje er minst like høy som den samfunnsøkonomiske grensekostnaden, men ikke mer. Det samme prinsippet kan utledes utfra en mer generell modell hvor man modellerer en konsuments valg mellom ulike kombinasjoner av ulike goder, men dette utelates her for å holde framstillingen enkel. Vi har også fokusert utelukkende på konsekvensene av at konsumentene står overfor priser som gjenspeiler grensekostnadene mens vi har oversett betydningen dette har for tilbudet av goder fra privateide virksomheter som har størst mulig fortjeneste som drivkraft og målsetting. Det skyldes ikke at det er uten betydning, men fordi det er prisingens betydning for konsumentet som har hovedfokus her.

## 2.5 Samfunnsøkonomisk effektiv prising ved kapasitetsgrenser

I en del tilfeller vil etterspørselen kunne variere over tid samtidig som det er kapasitetsgrenser i produksjonen, og hvor man kan skille mellom kostnader som knytter seg til produksjonskapasiteten og øvrige produksjonskostnader. På kort sikt kan produksjonen økes dersom det er ledig kapasitet. Merkostnaden knyttet til å øke produksjonen innen kapasitetsgrensen på kort sikt omtales gjerne som kortsiktig grensekostnad. På lang sikt kan kapasiteten økes. Merkostnaden knyttet til å øke produksjonen og kapasitetsgrensen på lang sikt omtales gjerne som langsiktig grensekostnad. Hvilke konsekvenser dette har for samfunnsøkonomisk effektiv prising kan drøftes med utgangspunkt i figuren nedenfor. I figuren er det illustrert tre etterspørselskurver,  $D_0$ ,  $D_1$  og  $D_3$ , som vi kan tenke oss er etterspørselen i tre ulike tidsrom. SMC er kortsiktig grensekostnad som angir grensekostnaden ved å øke mengden hvis ledig kapasitet, mens LMC er langsiktig grensekostnad som i tillegg inkluderer grensekostnaden ved å øke kapasiteten.



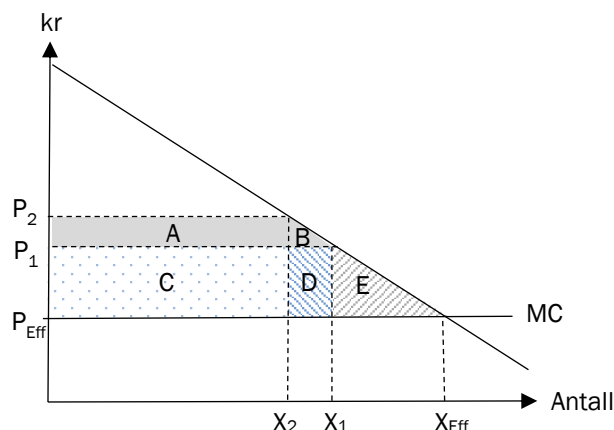
Etterspørsel  $D_2$  er det vi kan kalle for kapasitetsdimensjonerende. Prinsippet om grensekostnadsprising tilsier at i dette tidsrommet bør prisen, angitt ved  $P_2$ , gjenspeile langsiktig grensekostnad. Etterspørselen til denne prisen vil være definerende for det som er optimal kapasitet, angitt ved  $K^*$  i figuren. Etterspørsel  $D_0$  vil derimot innebære at kapasiteten ikke blir utnyttet, dvs. det er ledig kapasitet. Prinsippet om grensekostnadsprising tilsier at i dette tidsrommet bør prisen, angitt ved  $P_0$ , gjenspeile kortsiktig grensekostnad.

Etterspørsel  $D_1$  vil innebære at etterspørselen vil overstige kapasiteten dersom prisen settes lik  $P_0$ . Ved en slik overskuddsetterspørsel er man ikke sikret at det er dem med høyest betalingsvilje som får nytte godt av den knappe kapasiteten. Settes prisen derimot lik  $P_2$  vil kapasiteten ikke bli utnyttet på tross av at betalingsviljen overstiger den kortsiktige grensekostnaden. For å sikre at kapasiteten blir utnyttet på en effektiv måte bør prisen settes lik  $P_1$ . Med det utnyttes den ledige kapasiteten samtidig som prisen bidrar til å sile ut dem som har høyest betalingsvilje.

## 2.6 Nest beste samfunnsøkonomisk effektiv prising: Avvik fra grensekostnadsprising

Prinsippet om grensekostnadsprising bygger på visse forutsetninger. En viktig forutsetning er at prisingen av alle andre goder følger det samme prinsippet. Det vil si at grensekostnadsprising av ett gode er ønskelig forutsatt at alle andre goder også prises til grensekostnad. Dette har å gjøre med at konsumenter vurderer ulike goder opp mot hverandre og at det relevante for den samfunnsøkonomiske effektiviteten er hvilket prisforhold konsumentene står overfor. Dersom ett gode prises til grensekostnad og et annet gode prises til enten høyere eller lavere pris enn grensekostnad så vil man få en prisvridning som favoriserer forbruket av det godet som relativt sett er priset for lavt. Et eksempel kan være en transportform hvor prisen ikke gjenspeiler den fulle samfunnsøkonomiske grensekostnaden, noe som vil favorisere bruk av denne transportformen på bekostning av andre transportformer hvis priser gjenspeiler de samfunnsøkonomiske grensekostnadene. (Lipsey & Lancaster, 1956-67).

En annen forutsetning for grensekostnadsprising er at dette gir inntekter som dekker produksjonskostnadene slik at tilbudet er bedriftsøkonomisk bærekraftig for produsenten. Det trenger ikke nødvendigvis å være tilfelle: Dersom prisen settes lik produsentens grensekostnad vil det innebære at inntekten per solgt enhet vil være lik bedriftens grensekostnad. Hvis det er stordriftsfordeler i produksjonen, eksempelvis i form av en stor fast kostnad, vil grensekostnaden imidlertid være lavere enn kostnaden per produsert enhet. Dermed vil inntekten per solgt enhet (grensekostnaden) være lavere enn produksjonskostnaden per enhet og driften vil gå med bedriftsøkonomisk underskudd. Dette kan selvsagt løses ved at det offentlige yter et tilskudd som dekker det bedriftsøkonomiske underskuddet som ellers ville ha oppstått. Dette ville vært uproblematisk i et samfunnsøkonomisk perspektiv såfremt man kunne framskaffe de nødvendige offentlige tilskuddsmidler uten realøkonomiske kostnader. Men i praksis vil det å framskaffe offentlige tilskuddsmidler enten innebære at man må ty til ikke-nøytral eller ikke-vridende beskatning eller må saldere på annen offentlig og presumptivt verdifull aktivitet vil slike tilskuddsmidler ha en realøkonomisk kostnad som kan være ikke-neglisjerbar. Det gjør det ønskelig å kreve en noe høyere pris enn grensekostnad for derigjennom å begrense det offentlige tilskuddsbehovet. Prisregelen som følger av dette kan motiveres med utgangspunkt i figuren nedenfor:



$P_{Eff}$  angir pris lik grensekostnad (MC) som vi for enkelhets skyld antar er konstant. I dette tilfellet vil prisen gi en inntekt per enhet som akkurat dekker grensekostnaden, men vil ikke bidra til dekkningen av de presumptivt store faste kostnadene. Dersom prisen imidlertid heves til eksempelvis  $P_1$  vil inntekten per enhet mer enn dekke grensekostnaden og vil bidra til å dekke de faste kostnadene med et beløp tilsvarende areal C+D. På den annen side er forbruksmengden i utgangspunktet effektiv med pris lik grensekostnad men har nå blitt redusert til  $X_1$ . Disse enhetene som faller bort på grunn av høyere pris ville ha generert et overskudd for samfunnet lik differansen mellom marginal betalingsvilje og grensekostnad, dvs. lik areal E. Dette overskuddet vil gå tapt hvis prisen heves. Det betyr at det å heve prisen over grensekostnadsnivå for å bidra til dekkning av de presumptivt store faste kostnadene vil medføre et effektivitetstap. Med andre ord: Det er en avveining mellom det å sørge for et samfunnsøkonomisk effektivt omfang på forbruket av et gode og det å generere et dekningsbidrag for å begrense behovet for offentlige tilskuddsmidler.

For å komme fram til korrekt prisnivå kan man tenke seg at man hever prisen ytterligere til  $P_2$ , noe som vil føre til at etterspørselen faller fra  $X_1$  til  $X_2$ . Prishevingen vil innebære at dem som vil kjøpe godet uansett vil betale en høyere pris og dekningsbidraget vil som følge av det øke med areal A. Dersom vi lar  $\Delta P$  angi endringen i pris så kan dette bidraget til dekkning av de faste kostnadene uttrykkes ved:

$$\Delta P \cdot X$$

På den annen side vil prishevingen føre til at det blir solgt færre enheter som innebærer et tapt dekningsbidrag lik areal D. Dersom vi lar  $\Delta X$  angi endringen i etterspurt mengde så kan dette tapte dekningsbidraget uttrykkes ved:

$$(P - MC) \cdot \Delta X$$

Netto endring i dekningsbidrag blir dermed A-D som kan uttrykkes ved:

$$\Delta P \cdot X - (P - MC) \cdot \Delta X$$

La nå  $\lambda$  angi spart effektivitetstap per spart skattekrone. Effektivitetsgevinsten ved å spare samfunnet for A-D skatte kroner i tilskudd som følge av prishevingen kan da uttrykkes ved:

$$\lambda \cdot \Delta P \cdot X - \lambda \cdot (P - MC) \cdot \Delta X$$

Det at prisen heves ytterligere vil imidlertid føre til ytterligere effektivitetstap som følge av at omsatt mengde av godet vil avvike enda mer fra samfunnsøkonomisk effektiv mengde av godet – dette svarer til areal B+D. Dette effektivitetstapet kan tilnærmes ved:

$$(P - MC) \cdot \Delta X$$

Det vil være rasjonelt å øke prisen inntil den marginale økningen i effektivitetstapet som følger av en ineffektiv mengde av godet er lik den marginale effektivitetsgevinsten ved å spare offentlige tilskudds-/skatte kroner, dvs.:

$$(P - MC) \cdot \Delta X = \lambda \cdot \Delta P \cdot X - \lambda \cdot (P - MC) \cdot \Delta X$$

$$\Leftrightarrow (1 + \lambda) \cdot (P - MC) \cdot \Delta X = \lambda \cdot \Delta P \cdot X$$

Etter noe manipulasjon kan dette uttrykkes ved følgende prisregel:

$$\frac{P-MC}{P} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{1}{\varepsilon_P}$$

Venstresiden kan vi kalle det relative prispåslaget på grensekostnad, brøken  $\lambda/1+\lambda$  uttrykker hvor stor vekt man bør tillegge hensynet til å spare offentlige tilskudds-/skatte kroner mens  $\varepsilon_P$  er etterspørselens priselastisitet som uttrykker etterspørselens relative prisleisomhet. Denne prisregelen sier oss dermed for det første at det relative prispåslaget på grensekostnaden skal være høyere jo større vekt man bør tillegge det å spare offentlige tilskudds-/skatte kroner alt annet likt. Det er en egenskap som virker intuitivt rimelig. For det andre sier prisregelen oss at det relative prispåslaget på grensekostnaden skal være høyere jo *mindre* priselastisk etterspørselen er. Denne egenskapen kan forklares som følger: Dersom etterspørselen er relativt lite priselastisk betyr det at en prisheving har relativt liten betydning for omsatt mengde. Det vil gi lite bortfall av forbruk som har to positive effekter i denne sammenheng. For det første vil det føre til at tapet av dekningsbidrag (som følger av at etterspørselen avtar når prisen øker) vil være beskjedent – dermed vil netto økning i dekningsbidrag som følge av prisheving bli relativt stort. For det andre vil økningen i effektivitetstap (som følge av at den økte prisen fører til avvisning av flere samfunnsøkonomisk effektive enheter) bli beskjedent. Nettopp det at det relative prispåslaget på grensekostnad skal avhenge inverst av etterspørselens priselastisitet har gitt denne prisregelen benevnelsen den inverse elastisitetsregel.<sup>1</sup>

Det kan være på sin plass å påpeke at den inverse elastisitetsregel presentert over er en forenklet variant av en mer generell regel utledet av Boiteux (1956). I den mer generelle regelen tar man hensyn til at det er flere goder hvor det er avhengighet mellom etterspørselen etter de ulike godene. I den mer generelle regelen tilkommer et ledd som korrigerer for kryssprisvirkninger mellom de ulike godene. Dette har for øvrig klare likhetstrekk med regelen for optimal indirekte godeskatt utledet av Ramsey (1927). Av den grunn omtales gjerne dette som Ramsey-Boiteux-prising. (Boiteux, 1956). (Ramsey, 1927)

En konsekvens av den inverse elastisitetsregel er at man bør prisdiskriminere ulike bruker- eller kunde-grupper dersom det lar seg gjøre og de ulike bruker- eller kundegruppene har etterspørsel med ulik priselastisitet.

Faglitteraturen sier oss altså at man ideelt sett bør prise goder til grensekostnad, men at når betingelsene for et slikt ideal er brutt så kan det være rasjonelt å avvike fra grensekostnadsprising. Grensekostnadsprising omtales gjerne som første-beste effektiv pricing mens rasjonelle avvik fra grensekostnadsprising (slik som eksempelvis den inverse elastisitetsregel) omtales som nest-beste effektiv pricing.

## 2.7 Pricing med flere priselementer: Ikke-uniform pricing

I standard pristeori ser man for seg at man betaler for en fast pris per enhet man forbruker. Det betyr at brukernes kostnader knyttet til kjøp av et gode øker proporsjonalt med forbruket. Denne typen pricing omtales gjerne som uniform pricing.

I enkelte sammenhenger er det imidlertid mulig å tenke seg bruk av flere priselementer. Et eksempel kan være en fast pris for å kunne forbruket et gode i en gitt periode pluss en pris per enhet man forbruker. Dersom  $T$  angir fastpris-elementet,  $p$  er prisen per enhet som forbrukes og  $X$  er forbruksmengde så kan forbruksutgiftene uttrykkes ved:

$$T + p \cdot X$$

---

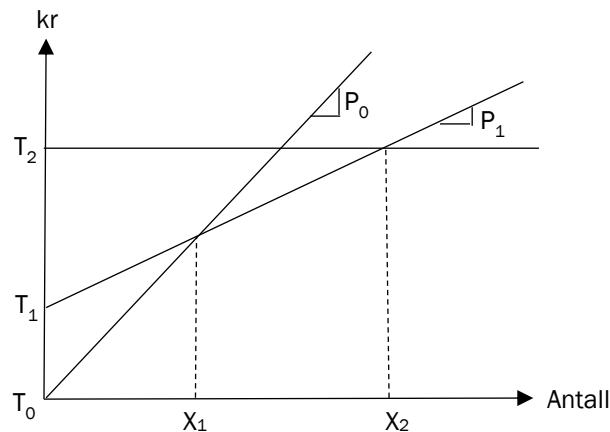
<sup>1</sup> Det er verdt å merke seg at dersom effektivitetstapet per skatte-/tilskuddskrone er lik 0 sier den inverse elastisitetsregel oss at det relative prispåslaget på grensekostnad skal være lik null. Det betyr at pris skal være lik grensekostnad dersom det er kostnadsfritt å finansiere driftsunderskudd med offentlige skattemidler. Det er også verdt å merke seg at det relative prispåslaget på grensekostnaden skal være en brøkdel av det som er optimalt for en profittmaksimerende monopolist.

Her er første leddet fastpris-elementet mens andre leddet er variabel-pris-leddet. Dersom en dividerer på forbruksmengden får man prisen per enhet som er gitt ved:

$$p + \frac{T}{x}$$

For gitt fastpris vil det siste leddet avta med forbruksmengden, dvs. det vil eksistere en kvantums-rabatt. Denne typen prising er gjerne kjent som to- eller flerdelte tariffer, eller alternativt ikke-uniform prising.

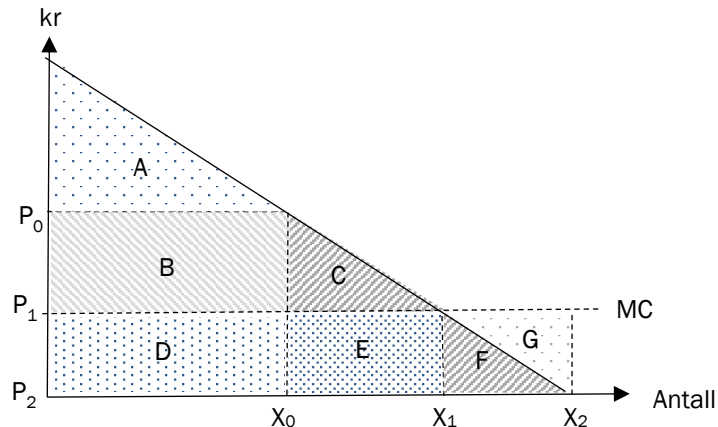
Figuren nedenfor illustrerer uniform prising og to eksempler på ikke-uniform prising. Horisontalt måles forbruksmengde, vertikalt måles en konsuments forbruksutgifter.



Kurven som starter i origo har intet fastelement og illustrerer konvensjonell uniform prising som innebærer at forbruksutgiftene vokser proporsjonalt med forbruksmengden, og hvor stigningstallet er bestemt av prisen per enhet,  $P_0$ . Kurven som starter i  $T_1$  og har mer moderat stigning illustrerer et tilfelle med uniform prising hvor det betales en moderat fast pris  $T_0$  pluss en moderat pris per enhet lik  $P_1$ ;  $P_1 < P_0$ . Den horisontale kurven illustrerer et tilfelle hvor man betaler en relativt høy fastpris  $T_2$  mens prisen på å forbruke er lik null, dvs.  $P_2 = 0$ .

Ikke-uniform prising kan være et alternativ eller et supplement til uniform prising. Dersom den er et supplement til uniform prising kan man tenke seg at konsumentene stilles overfor et valg mellom ulike pris-strukturer, eksempelvis de tre pris-strukturene vi har illustrert over. Dersom man ser utelukkende på hva som gir lavest samlet forbruksutgift vil det være forbruksmengden som avgjør hvilken pris-struktur man bør velge. Mer presist vil det være lønnsomt å velge pris-strukturen uten fastpris-element dersom man forbruker mindre enn  $X_1$  enheter. Bruker man mellom  $X_1$  og  $X_2$  enheter vil det lønne seg å velge pris-strukturen med moderat fastpris-element mens det vil være mest lønnsomt å velge pris-strukturen med høyt fastpris-element dersom man vil forbruke mer enn  $X_2$ .

For en konsument vil valg av pris-struktur ha betydning for hvor mye konsumenten vil ønske å forbruke. Dette er illustrert i figuren nedenfor hvor den fallende kurven er en enkelt konsuments etterspørsel etter et gode. Som tidligere nevnt vil etterspørselskurven gjenspeile konsumentens marginale betalingsvilje, og en rasjonell konsument vil etterspørre et gode i den utstrekning betalingsviljen overstiger prisen inntil betalingsviljen er på marginen lik prisen. Konsumenten vil da oppnå et konsumentoverskudd som er lik differansen mellom marginal betalingsvilje og prisen summert over alle konsumerte enheter, hvilket svarer til arealet mellom etterspørselskurven og prisen.



Ved å velge pris-struktur uten fastpris-element vil konsumenten stå overfor prisen  $P_0$ . Det vil da være rasjonelt for konsumenten å konsumere  $X_0$  enheter. Konsumenten vil oppnå et konsumentoverskudd lik areal A i figuren, mens forbruksutgiftene er lik areal B+D.

Ved å velge pris-struktur med moderat fastpris-element  $T_1$  vil konsumenten stå overfor prisen  $P_1$ . Det vil da være rasjonelt for konsumenten å konsumere  $X_1$  enheter. Den lavere prisen på forbruk vil i utgangspunktet øke konsumentoverskuddet med areal B+C. Såfremt fastprisen  $T_1$  er lavere enn B+C vil konsumenten foretrekke denne pris-strukturen framfor den hvor konsumenten betaler en høyere pris  $P_0$  men ingen fastpris.

Ved å velge pris-struktur med høyt fastpris-element  $T_2$  vil konsumenten stå overfor pris på forbruk lik 0. Det vil da være rasjonelt for konsumenten å konsumere  $X_2$  enheter. Den enda lavere prisen på forbruk vil i utgangspunktet øke konsumentoverskuddet med areal D+E+F. Såfremt differansen mellom fastprisen  $T_2$  og fastprisen  $T_1$  er lavere enn D+E+F vil konsumenten foretrekke denne pris-strukturen framfor den hvor konsumenten betaler en moderat fastpris  $T_1$  og en moderat pris  $P_1$ .

Sett utfra hensynet til samfunnsøkonomisk effektivitet vil det være ønskelig at det variable pris-leddet P gjenspeiler grensekostnaden; jfr. prinsippet om første-beste grensekostnadsprising. I figuren er det antatt å være prisen  $P_1$ . En høyere variabel pris slik som  $P_0$  vil føre til for lavt forbruk med tilhørende effektivitetstap lik areal C. Dette effektivitetstapet knytter seg til at for reisene  $X_1 - X_0$  vil konsumenten ha en betalingsvilje som overstiger grensekostnaden og således burde ha vært realisert, men som blir foretrekt ved at prisen overstiger grensekostnaden. En lavere variabel pris slik som  $P_2$  vil føre til for høyt forbruk med tilhørende effektivitetstap lik areal G. Dette effektivitetstapet knytter seg til at for reisene  $X_2 - X_1$  vil konsumenten ha en betalingsvilje som er lavere enn grensekostnaden og således ikke burde ha vært realisert, men som blir realisert fordi prisen er lavere enn grensekostnaden.

Det er verdt å merke seg er at denne formen for prising åpner opp for høyere inntekt og mer effektiv ressursbruk enn uniform prising i samsvar med den inverse elasticitetsregel. Det kan vi innse ved å tenke oss at den uniforme prisen  $P_0$  er en pris som er satt høyere enn grensekostnaden for å generere et dekningsbidrag, i dette tilfellet lik arealet B. Ved å innføre todelt tariff kan bruksprisen senkes til  $P_1$  som svarer til grensekostnad (MC). Det sparer samfunnet for et effektivitetstap lik C. En slik prisreduksjon vil i utgangspunktet bidra til å øke konsumentoverskuddet med areal B+C. Det betyr at konsumenten er villig til å betale et fastbeløp på inntil B+C for å få anledning til å betale en brukspris lik  $P_1$ . Dermed er det mulig å øke den samlede betalingen fra konsumenten fra B til B+C. Den potensielle økningen i dekningsbidraget, dvs. C, svarer til det effektivitetstapet som man unngår ved å senke prisen til grensekostnad.

Det vi har skisser over er hvordan ikke-uniform prising kan benyttes til å oppnå Pareto-forbedringer. Det å utlede den optimale prisstrukturen er imidlertid ikke trivielt. Dette henger sammen med at det er forskjeller i betalingsvilje og etterspørsel fra individ til individ slik at tilbøyeligheten til å henfalle til enkeltbillett med pris som overstiger samfunnsøkonomisk grensekostnad vil kunne variere. Individuer som har en høy betalingsvilje og stor etterspørsel tåler å bli belastet med en relativt høy fastpris uten å henfalle til enkeltbillett, mens individer som har en relativt lav betalingsvilje og liten etterspørsel vil henfalle til enkeltbillett selv for moderate nivåer på fastprisleddet. Dermed vil det oppstå en avveining mellom det å ta



høy fastpris av hensyn til inntekter og det å sikre at flest mulig velger denne betalingsformen som gir anledning til å betale en bruksavgift som gjenspeiler samfunnsøkonomisk grensekostnad.

# 3 Kostnader ved togtransport og -reiser

Som det framgår av den generelle teorien om samfunnsøkonomisk effektiv prising så spiller den såkalte grensekostnaden en sentral rolle. Dermed er det sentralt å se nærmere på kostnadene knyttet til togtransport og togreiser.

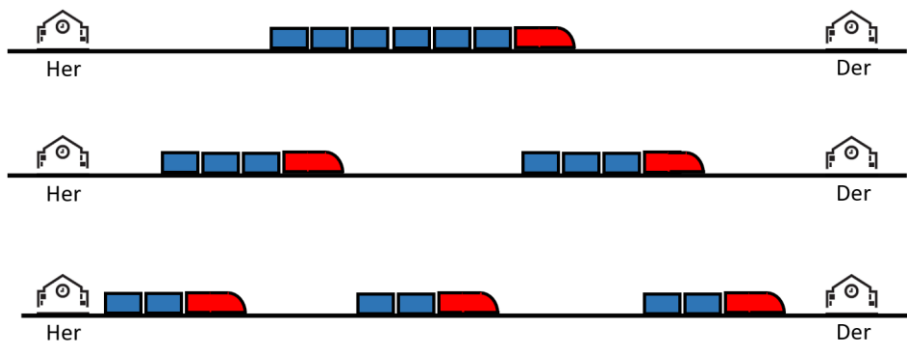
Det å transportere reisende med tog fordrer for det første at det brukes knappe og verdifulle produksjonsressurser som gjør det mulig å produsere et togtilbud som reisende kan benytte seg av. For det andre fordrer det at de reisende ofrer av sin knappe og verdifulle tid på å reise. Begge deler bidrar til kostnader, henholdsvis produksjonskostnader for operatør(er) og generaliserte reisetidskostnader for passasjerene.

## 3.1 Transportkapasitet og kvalitet på rutetilbudet

La oss tenke oss et togtilbud som skal betjene strekningen mellom Her og Der med diverse fastlagte stopp underveis. La oss for enkelthets skyld anta at kjøretiden er 1 time per retning inklusive tid på terminaler. Anta videre at det settes inn  $f$  tog i rute som går i skytteltrafikk mellom Her og Der, og at hvert enkelt tog har passasjerkapasitet  $S$ . Den totale transportkapasiteten per time blir da:

$$K = f \cdot S$$

i hver retning. Transportkapasitet per time kan således oppnås ved ulike kombinasjoner av antall tog og passasjerkapasitet per tog. Det vil si en gitt transportkapasitet kan oppnås ved hjelp av få tog hver med stor passasjerkapasitet eller ved hjelp av mange tog hvert med liten passasjerkapasitet. Figuren nedenfor illustrerer hvor samme transportkapasitet (6 vogner per tidsenhet) kan oppnås med én avgang med 6 vogner, 2 avganger hver med 3 vogner eller 3 avganger hver med 2 vogner.



Sett fra de reisende sitt ståsted er det ikke uten betydning hvilken kombinasjon av antall tog og passasjerkapasitet per tog som velges. Det skyldes at jo flere tog man velger å spre den totale transportkapasiteten på, jo høyere frekvens vil man kunne ha. Og et togtilbud med høy frekvens vil innebære kortere tidsintervall mellom hver avgang og at trafikantene i gjennomsnitt vil oppleve kortere åpen eller skjult ventetid. Et høyfrekvent rutetilbud med gjennomgående korte ventetider kan betegnes som et rutetilbud med relativt høy kvalitet.

## 3.2 Produksjonskostnader for togoperatør

La oss tenke oss at vi ser på et togtilbud mellom Her og Der med stopp på stasjoner underveis.

For å kunne ha et togtilbud mellom Her og Der kreves det en infrastruktur bestående av skinner, signalsystem, terminaler, krysningsspor etc. Det å etablere og vedlikeholde infrastrukturen innebærer store faste kostnader, mens marginalkostnadene ved bruk av infrastrukturen er relativt lave i form av slitasjekostnader.

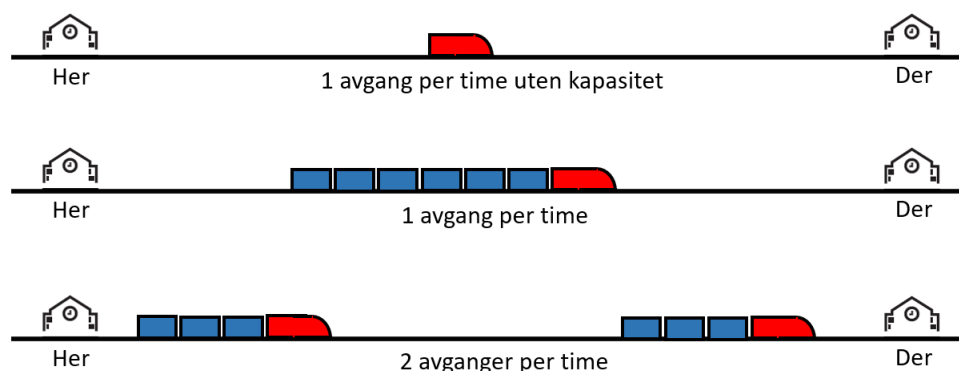
Derneft fordrer et togtilbud at det er tog tilgjengelig som drives og bemannes. Selve togmateriellet innebærer kapitalkostnader, mens bruken av togmateriellet innebærer energikostnader, mannskapskostnader (togfører og konduktører) samt renhold og vedlikehold. Kapitalkostnadene knyttet til togmateriellet regner vi i det store og hele som faste kostnader, dvs. kostnader som ikke varierer med bruken av togmateriellet. Øvrige kostnader knyttet til energi, mannskap, renhold og vedlikehold kan regnes som kostnader som varierer med bruken av togmateriellet.

Det å skille mellom variable og faste kostnader er en vanlig måte å dele inn kostnader på innen økonomifaget. I vår sammenheng kan det også være nyttig med følgende inndeling:

- Produksjonskostnader knyttet til *transportkapasiteten* på togtilbudet
- Produksjonskostnader knyttet til *kvaliteten* på togtilbudet
- Produksjonskostnader knyttet til *bruken* av togtilbudet

La oss tenke oss et minimumstilbud hva angår både kapasitet og kvalitet i form av at det kjøres ett enkelt lokomotiv i skytteltrafikk mellom Her og Der. Kostnadene ved det er for det første kapitalkostnadene knyttet til lokomotivet, slitasje- og energikostnader samt kostnader til lokfører og konduktør. Vi kan la symbolet *a* angi kostnaden ved å kjøre et lokomotiv fra Her til Der uten etterhengte vogner.

Ved å henge passasjervogner etter lokomotivet så vil man kunne øke kapasiteten. Kostnadene knyttet til det vil være kapitalkostnadene knyttet til vognene, slitasjekostnader samt ekstra energikostnader forbundet med å trekke passasjervognene. Ved å dividere disse kostnadene på vognenes passasjerkapasitet får en kapasitetskostnad per passasjer. Vi kan la symbolet *b* angi kapasitetskostnaden per passasjer. Litt forenklet vil *b* representere merkostnaden ved å øke passasjerkapasiteten marginalt.



Ved å øke antallet lokomotiv og fordele vognene på lokomotivene samt spre avgangene over tid så kan man øke frekvensen og dermed kvaliteten på togtilbudet. Kostnadene ved de ekstra lokomotivene representerer således kostnadene ved å tilby kvalitet (frekvens). Vi har tidligere latt *a* angi kostnaden ved å kjøre et lokomotiv uten etterhengte vogner fra Her til Der. Det betyr at *a* er merkostnaden knyttet til å øke frekvensen marginalt med en enhet.

Dersom man har et gitt togtilbud med en gitt frekvens og en gitt kapasitet vil merkostnadene knyttet til å bruke togtilbudet være svært lave såfremt det er ledig kapasitet; vi kan i mange sammenhenger ignorere kostnadene knyttet til selve bruken av rutetilbudet.<sup>2</sup>

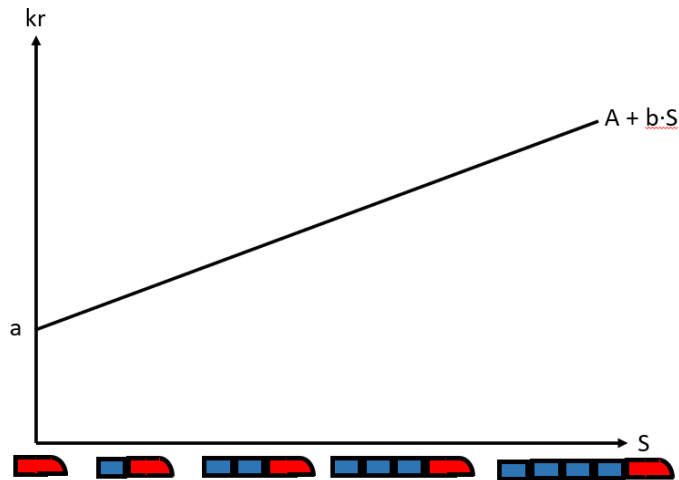
La oss tenke oss et togtilbud mellom Her og Der med fastlagte stopp underveis og en kjøretid i rute på 1 time i hver retning inklusive stopp underveis. Driftskostnadene per avgang kan vi anta er gitt ved:

$$a + b \cdot S$$

Her er *a* en fast kostnad per avgang som er uavhengig av antallet passasjerer mens *b* er kostnaden per kapasitetsenhet. Et eksempel kan være et fjerntog bestående av lokomotiv med etterhengte passasjer-

<sup>2</sup> Her kan det legges til at når et tog nærmer seg kapasitetsgrensen så kan passasjerene påføres trengselskostnader i form av at reisetidskostnaden per time øker. Men for operatørens del vil effekten på kostnadene være liten / neglisjerbar.

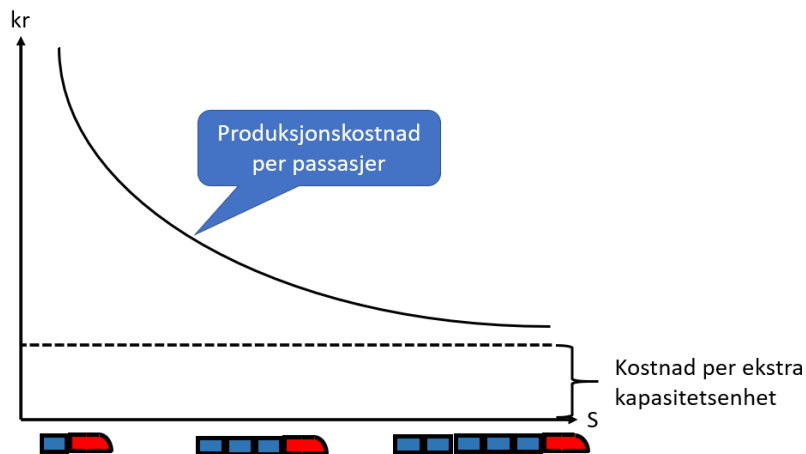
vogner. Leddet  $a$  vil da være kostnaden ved å kjøre selve lokomotivet pluss mannskap (lokfører og konduktør). Leddet  $b \cdot S$  vil være kostnadene knyttet til å dra på passasjervogner som til sammen har en passasjerkapasitet lik  $S$ .



Dersom vi dividerer på passasjerkapasiteten får vi kostnaden per kapasitetsenhet:

$$\frac{a}{S} + b$$

Vi merker oss at kostnaden per kapasitetsenhet vil avta med kapasiteten. At det vil være slik kan vi kanskje enklest innse ved å betrakte et fjerntog hvor det vil være slik at jo flere vogner man henger etter lokomotivet jo flere seter er det å fordele lok- og mannskapskostnadene på. Det at kostnadene per kapasitetsenhet (per sete) avtar med kapasiteten (antall seter) benevner vi gjerne for «economies of size» eller størrelsesfordeler om man vil<sup>3</sup>. Dersom vi ser på operatørens produksjonskostnader isolert sett tilsier dette å trafikere mellom Her og Der med så få og så lange tog som mulig.



Dersom man skal avvikle  $f$  avganger mellom Her og Der blir produksjonskostnadene dermed:

$$PC = f \cdot (a + b \cdot S) = a \cdot f + b \cdot f \cdot S$$

<sup>3</sup> Dette kan lett forveksles med begrepet stordriftsfordeler som dreier seg om at det er kostnadmessige fordeler knyttet til å produsere i stor skala innen en virksomhet framfor å spre produksjonen på flere mindre virksomheter. Størrelsesfordeler dreier seg om fordeler knyttet til å transportere med store transportmidler framfor å spre transporten på flere mindre transportmidler.

Dersom vi gjør bruk av at produktet av frekvens og kapasitet per tog er lik transportkapasiteten får vi:

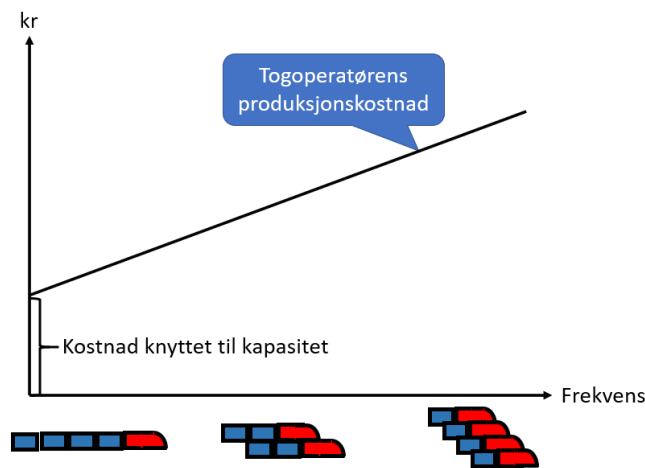
$$PC = a \cdot f + b \cdot K$$

Det første leddet er kostnadene knyttet til å tilby frekvens  $f$ . For et fjerntog vil dette bestå av kostnadene knyttet til lokomotivet pluss mannskap multiplisert med antallet avganger. Disse kostnadene knytter seg til å tilby et togtilbud med kvalitet i form av frekvens. Det andre leddet er kostnadene knyttet til å tilby transportkapasitet  $K$ . For et fjerntog vil dette bestå i slitasje- og energikostnad per vogn dividert på antallet seter.

Dersom det er  $X$  passasjerer som reiser mellom Her og der per time og man tilpasser kapasiteten deretter, dvs.  $K = X$ , så er operatørens produksjonskostnader gitt ved:

$$PC = a \cdot f + b \cdot X$$

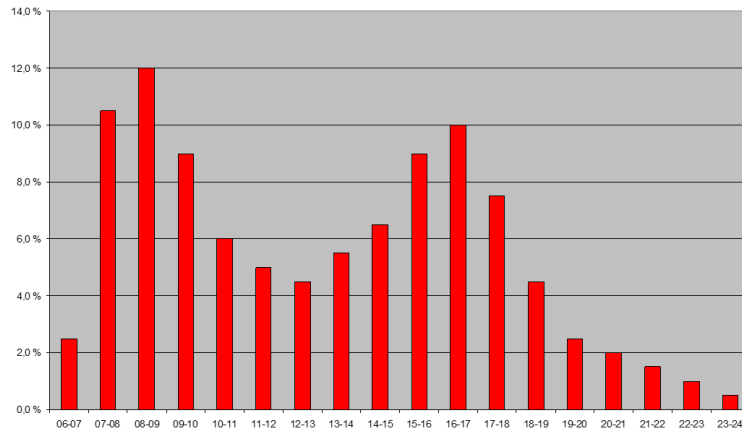
Dermed vil togoperatørens produksjonskostnad bestå av to ledd hvor det første er kostnaden knyttet til å tilby kvalitet i form av frekvens mens det andre leddet er kostnaden knyttet til å tilby tilstrekkelig med kapasitet. Dette innebærer at når det å tilby en gitt transportkapasitet består i en fast kostnad pluss en kostnad som øker med frekvensen – slik figuren nedenfor illustrerer.



### 3.3 Produksjonskostnader og variasjon i kapasitetsbehov

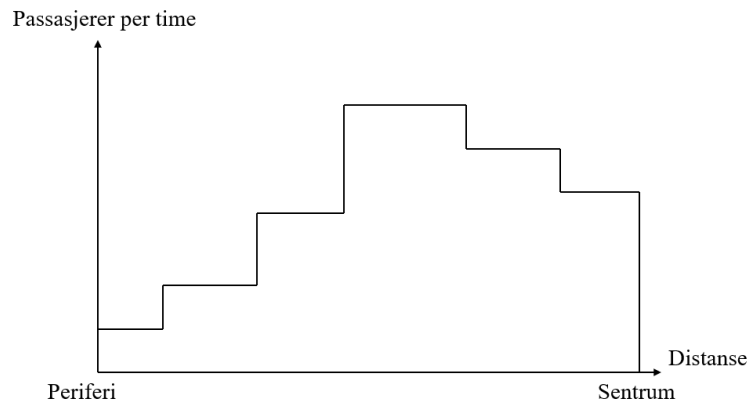
Et kjennetegn ved jernbanetransport (og transport for øvrig) er at etterspørselen varierer; det dreier seg både om systematiske variasjoner og stokastiske variasjoner.

For det første kan etterspørselen variere over tid. Litt forenklet kan vi skille mellom tidsrom hvor etterspørselen er relativt stor – det vi kaller for trafikktopp eller «peak» – og tidsrom hvor etterspørselen er mer beskjeden – det vi i mangel av et bedre uttrykk kan benevne som utenom trafikktopp eller «off-peak». I lokaltrafikk er morgen og ettermiddag på hverdager typiske trafikktopper (se eksempel i figuren nedenfor), mens det på fjerntog typisk er fredag og søndag i ordinære uker samt spesielle høytider.



For det andre kan etterspørselen variere rent retningsmessig og skape retningsubalanse, eksempelvis til og fra et sentrum på hverdager hvor det er størst etterspørsel etter å reise til sentrum på morgenen og størst etterspørsel etter å reise fra sentrum om ettermiddagen.

For det tredje kan etterspørselen variere langs en togrute. Et eksempel kan være en togrute som går fra periferien til sentrum hvor brorparten av passasjerene skal reise til sentrum. Det vil da bli flere og flere passasjerer om bord inntil man nærmer seg sentrum.



Når det er tidsmessige variasjoner i etterspørselen kan det gi grunnlag for å ha tidsmessige variasjoner i togtilbudet, typisk høyere frekvens og større kapasitet i, enn utenom trafikktoppene. Det har konsekvenser for kostnadene. Trafikktoppene vil være kapasitetsdimensjonerende, og av den grunn er kapitalkostnadene relevante.

Når det gjelder retningsmessige variasjoner i etterspørselen er det også mulig å tenke seg retningsmessige variasjoner i togtilbudet, i så fall flere avganger i den trafikkunge enn i den trafikksvake retningen. Men samtidig er det relativt lite å vinne på å tomkjøre et tog framfor å kjøre det i rute på returen; når toget først skal returnere til sitt utgangspunkt går det med relativt lite ekstra tid å stoppe for å ta på og slippe av passasjerer underveis.

La oss bruke forskrift 1 for å markere den trafikkunge perioden eller retningen. Produksjonskostnadene i denne perioden eller retningen blir da:

$$PC_1 = f_1 \cdot (a_1 + b_1 \cdot S) = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot f_1 \cdot S$$

Produktet av frekvens og kapasitet vil være lik transportkapasiteten som er  $K_1$  i den trafikkunge perioden eller retningen:

$$PC_1 = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot K_1$$

Utenom den trafikkunge retningen eller perioden, anmerket med forskrift 2, er produksjonskostnadene:

$$PC_2 = a_2 \cdot f_2 + b_2 \cdot K_2$$

La oss først se nærmere på variasjoner i etterspørselen over tid. Dersom det dreier seg om en løsning med lokomotiv og vogner så kan man tenke seg at man kan variere kapasiteten med etterspørselen. Fordi det å produsere med overkapasitet koster kan vi sette kapasiteten lik etterspørselen, dvs.  $K_2 = X_2$ , hvilket gir oss:

$$PC_2 = a_2 \cdot f_2 + b_2 \cdot X_2$$

Dersom det dreier seg om bruk av motorvognsett er man bundet av valgt kapasitet på motorvognsettene, dvs.  $S$ . Kapasiteten per motorvognsett er i sin tur bestemt av forholdet mellom antallet passasjerer og frekvensen i trafikktopp, dvs.  $S = X_1/f_1$ . Dette gir oss:

$$PC_2 = a_2 \cdot f_2 + b_2 \cdot \frac{X_1}{f_1} \cdot f_2$$

La oss så se nærmere på retningsmessige variasjoner. Når man først skal returnere et tog i trafikksvak retning så er merkostnaden ved å kjøre toget i rute framfor tomt relativt lav; den eneste merkostnaden er knyttet til at toget bruker noe lenger tid i forbindelse med stopp på terminaler som man hadde unngått ved tomkjøring. Det betyr at selv relativt få passasjerer kan forsvare merkostnaden ved å ha samme frekvens i den trafikksvake som i den trafikkunge retningen. I tillegg vil det i de fleste tilfeller være uaktuelt både rent praktisk og økonomisk å endre på kapasiteten som derfor blir den samme i den trafikksvake som i den trafikkunge retningen. Dette gir oss:

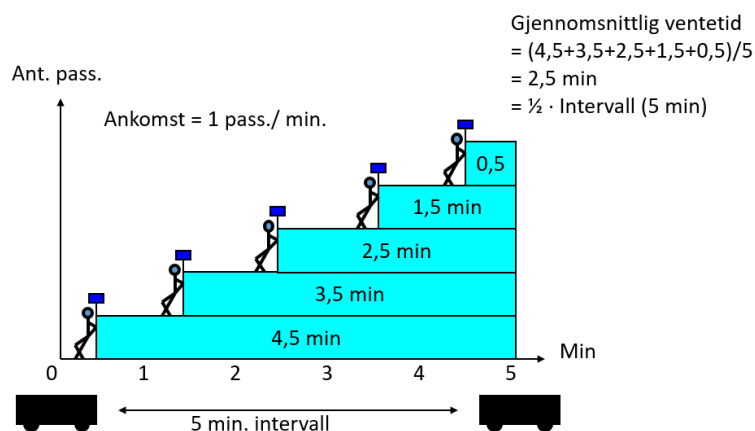
$$PC_2 = a_2 \cdot f_1 + b_2 \cdot X_1$$

Fra ovenstående følger det at det i mange tilfeller skapes kostnadmessige koblinger mellom produksjonskostnadene i og uten den trafikkunge retningen eller perioden. Det kan skyldes at man må benytte tog med samme passasjerkapasitet eller også samme frekvens.

### 3.4 Tidskostnader for passasjerer

Hverdagslige reiser gjennomføres fordi de reisende har behov for forflytning og ikke fordi de ønsker å reise per se. Følgelig er det selve forflytningen som genererer nytte og som gir opphav til at trafikantene har betalingsvilje for å reise. Men det å reise tar tid. Dermed berøves trafikantene for tid som har alternative og verdifulle anvendelser. Det fører til at trafikantene påføres tidskostnader ved å reise.

Trafikantenes tidskostnader varierer blant annet med reisemål og de ulike reisetidskomponentene så som reisetid om bord, åpen og skjult ventetid, byttetid etc. Vi skal betrakte frekvens som den eneste handlingsparameteren i forbindelse med design av et togtilbud. Av den grunn vil vi fokusere på ventetidskostnaden. Vi antar at en passasjers ventetidskostnad er  $w$  per time. Dersom togtilbudet er relativt høyfrekvent kan vi anta at passasjerene ankommer tilfeldig på terminalene. Med en uniform ankomst vil det bety at gjennomsnittlig ventetid er lik halvparten av tiden mellom hver avgang, noe eksempelet i figuren nedenfor illustrerer.

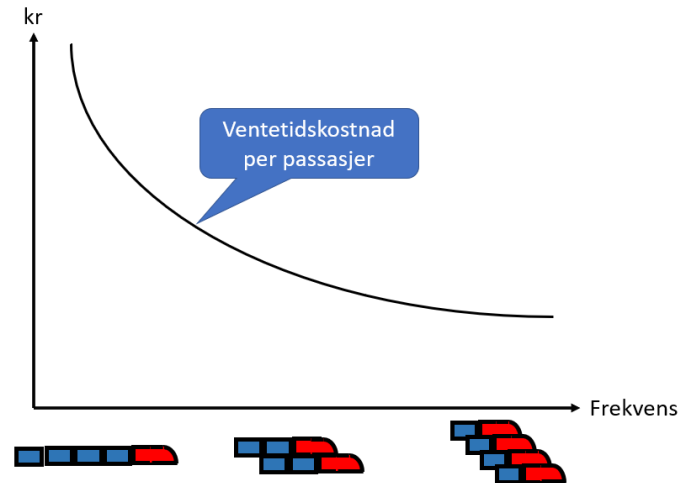


Det betyr at dersom togtilbudet har frekvens  $f$  så er tiden mellom hver avgang  $1/f$  og gjennomsnittlig ventetid følgelig lik  $1/2f$ . Med en ventetidskostnad per passasjer på  $w$  kroner per time blir gjennomsnittlig

ventetid per passasjer følger lik  $w/2f$ . Med totalt  $X$  reisende per time blir samlet ventetidskostnad per time:

$$\frac{w \cdot X}{2 \cdot f}$$

Figuren nedenfor illustrerer hvordan ventetiden avtar med frekvensen, dvs. jo høyere frekvens jo lavere gjennomsnittlig ventetid og jo lavere total ventetid for gitt antall passasjerer. Det figuren også illustrerer er at ventetidskostnaden avtar underproporsjonalt med frekvensen. Det vil si at dersom frekvensen er lav så vil en økning i frekvensen ha relativt stor innvirkning på ventetidskostnaden, mens økt frekvens vil ha relativt liten innvirkning på ventetidskostnaden dersom frekvensen allerede er høy. Med andre ord har økt frekvens avtagende effekt på ventetiden.



Dersom det er relativt lav frekvens må man derimot påvente at passasjerene konsulterer tidtabellene og tilpasser ankomst til tidtabell, muligens med litt tidligere ankomst for å ta høyde for usikkerhet. Men reisende vil imidlertid påføres såkalt skjult ventetid, hvormed menes at man påføres ulemper ved at ruteavgangstidene ikke samsvarer med passasjerenes foretrukne avgangstider. Den skjulte ventetiden har lavere tidskostnad per time enn den åpne ventetiden – vi lar derfor skjult ventetidskostnad per time være en andel  $\alpha$  av ventetidskostnaden per time ved åpen venting,  $w$ , dvs. skult ventetidskostnad per time er gitt ved  $\alpha \cdot w$ . Med hensyn til sammenhengen mellom frekvens og skjult venting så avhenger den av hva som er optimal strategi for passasjerene. Hvis man eksempelvis tenker seg at passasjerene synes det er hipp som happ om man reiser før eller etter foretrukket reisetidspunkt så vil man velge den avgangen som er nærmest foretrukket reisetidspunkt. Det gir en maksimal skjult ventetid på halvparten av tiden mellom hver avgang, dvs.  $1/2f$ ; minimal skjult ventetid er selvsagt lik 0. Hvis foretrukne reisetidspunkt er uniformt fordelt over tid vil gjennomsnittlig skjult ventetid være lik  $1/4f$ . Skjult ventetidskostnad for totalt  $X$  reisende er i så fall:

$$\frac{\alpha \cdot w \cdot X}{4 \cdot f}$$

Skjult ventetidskostnad er åpenbart lavere enn åpen ventetidskostnad alt annet like (dvs. for gitt frekvens). Det skyldes for det første at ventetidskostnaden per time er lavere ved skjult enn ved åpen venting, og for det andre at gjennomsnittlig skjult ventetid er kortere enn gjennomsnittlig åpen ventetid.

For øvrig påføres passasjerene tidskostnader knyttet til selve ombordtiden, eventuell overgang samt tiden det tar å komme seg til og fra terminaler. Dersom terminalene er gitt og kjøretidene likeså, så vil disse tidskostnadene være gitt – vi lar  $W$  angi summen av øvrige tidskostnader per passasjer. Sum reisetidskostnader per passasjer er dermed:

$$UC = \frac{w \cdot X}{2 \cdot f} + W \cdot X$$

dersom åpen venting (ved høy frekvens) og:

$$UC = \frac{\alpha \cdot w \cdot X}{4 \cdot f} + W \cdot X$$



dersom lukket venting (ved lav frekvens).

### 3.5 Samfunnsøkonomiske kostnader

Dersom vi ser bort fra eventuelle eksterne kostnader så vil de samlede kostnader for samfunnet være lik summen av produksjonskostnadene for togoperatør og tidskostnadene for passasjerene. Dersom vi fokuserer på rutetilbud med relativt høy frekvens og dermed åpen venting får vi:

$$SC = PC + UC = a \cdot f + b \cdot X + \frac{w \cdot X}{2 \cdot f} + W \cdot X$$

Dette er dermed de samfunnsøkonomiske kostnadene knyttet til transport av passasjerer. Vi merker oss at økt frekvens vil bidra til å heve operatørens produksjonskostnader men redusere passasjerenes ventetidskostnader. Dermed oppstår det en avveining mellom operatørens produksjonskostnader på den ene siden og passasjerenes ventetidskostnader på den annen side – dette er tema i neste kapittel.

Dersom det er variasjoner i etterspørselen over tid må man åpne for at frekvensen og muligvis også kapasiteten skal variere over tid. Dersom en tenker seg en løsning med lokomotiv med vogner så vil både frekvens og kapasitet kunne varieres og tilpasses etterspørselen til enhver tid. De samfunnsøkonomiske kostnadene er da gitt ved:

$$SC = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot f_2 + b_2 \cdot X_2 + \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1} + \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_2}$$

Her angir fotskrift 1 trafikktopp mens fotskrift 2 angir utenom trafikktopp. Som det framgår av formuleringen åpner vi ikke bare for at antallet passasjerer varierer, men også ventetidskostnaden per tidsenhet.

Dersom det benyttes motorvognsett må togenes kapasitet være like store i og utenom trafikktoppene og bestemt av kapasitetsbehovet i trafikktoppene.<sup>4</sup> De samfunnsøkonomiske kostnadene er da gitt ved:

$$SC = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot f_2 + b_2 \cdot \frac{X_1}{f_1} \cdot f_2 + \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1} + \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_2}$$

Dersom det er retningsubalanse må både togenes kapasitet og frekvens være den samme i begge retninger og presumptivt bestemt av behovet for kapasitet og frekvens i den trafikkunge retningen. De samfunnsøkonomiske kostnadene er da gitt ved:

$$SC = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot f_1 + b_2 \cdot X_1 + \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1} + \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_1}$$

Her angir fotskrift 1 den trafikkunge retningen mens fotskrift 2 angir den trafikkvake retningen. Som det framgår av formuleringen åpner vi for at ventetidskostnaden per tidsenhet kan være ulik i den trafikkunge og den trafikkvake retningen.

---

<sup>4</sup> Det er selvsagt tenkelig at man benytter motorvognsett som dubleres i trafikktoppene, men vi har sett bort fra det i denne sammenheng ettersom det ikke er sentralt å studere optimale rutetilbud per se.

## 4 Samfunnsøkonomisk effektivt passasjertogtilbud

Grensekostnaden som tidligere nevnt en sentral rolle når det gjelder samfunnsøkonomisk effektiv prising. Grensekostnaden er per definisjon endringer i kostnader som følge av en marginal økning i forbruket, i vårt tilfelle antallet togreiser. Når man beregner grensekostnaden så forutsettes det at produksjonen skjer på en kostnadseffektiv måte. I vårt tilfelle vil det si at passasjerene transporteres til så lave kostnader for samfunnet som mulig. Det fordrer at togtilbudet er utformet med det for øye. Det er tema i dette kapitlet.

Et togtilbud har mange aspekter eller dimensjoner om en vil. For det første her det en romlig dimensjon, dvs. hvorfra og hvortil det tilbys ruteavganger. For det andre har det en tidsmessig dimensjon som dreier seg om frekvenser og åpningstider. På svært kort sikt er rutetilbudet gitt. På mellomlang sikt kan rutetilbudet endres gitt de begrensninger som ligger i infrastrukturen. På svært lang sikt kan også infrastrukturen endres. Vi vil i dette kapitlet anlegge et mellomlangt perspektiv hvor vi tenker oss at infrastrukturen er gitt, men hvor man står fritt til å endre frekvenser og kapasitet.

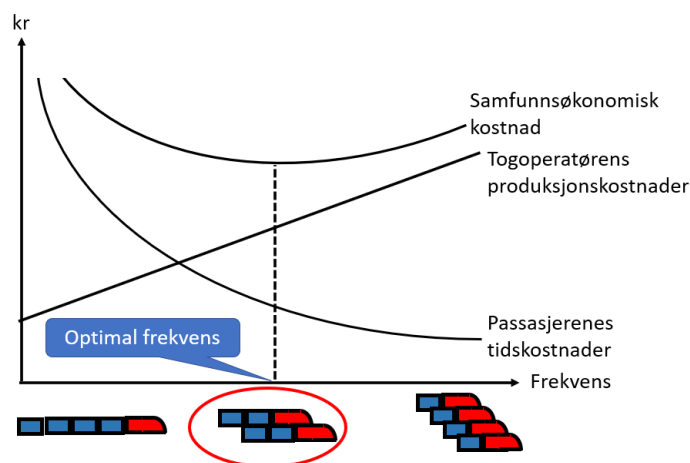
Et samfunnsøkonomisk effektivt passasjertogtilbud er et togtilbud som innebærer at de samfunnsøkonomiske kostnadene knyttet til transport av passasjerer blir så lave som mulig. Dette omfatter selvsagt togoperatørens kostnader knyttet til et togtilbud, og det omfatter togpassasjerenes generaliserte tidskostnader knyttet til togreisene. Togtilbudet kan imidlertid også ha konsekvenser for samfunnet for øvrig ved å skape såkalte eksterne kostnader eller ved at togtilbudet bidrar til å påvirke reisemiddelfordelingen og derigjennom redusere eksterne kostnader i andre deler av transportsektoren. Vi vil i dette kapitlet fokusere utelukkende på kostnadene for togoperatørene og togpassasjerene.

Det er en gjensidig avhengighet mellom rutetilbud og togpriser: Prisene som passasjerene betaler for å reise med tog vil påvirke hvor mange som reiser med tog, noe som vil ha konsekvenser for rutetilbudet. Og rutetilbudet vil påvirke hvor mange som reiser med tog, noe som vil ha konsekvenser for prisene. I dette kapitlet vil vi ikke trekke inn den gjensidige avhengigheten, men derimot ta antallet passasjerer for gitt. Koblingen mellom samfunnsøkonomisk effektive priser og samfunnsøkonomisk effektivt rutetilbud vil bli behandlet i kapittel 5.

### 4.1 Samfunnsøkonomisk effektiv frekvens

La oss anta at man har et eksogent gitt antall reisende som skal transporteres mellom Her og Der på en for samfunnet mest mulig kostnadseffektiv måte. Vi antar at banestrekningen og terminalene er gitt og det samme gjelder åpningstiden slik at den eneste designparameteren er frekvensen / antall tog i rute. Vi ser (for enkelhets skyld) bort fra at frekvensen har konsekvenser for kjøretidene. Vi ser også bort fra eventuelle eksterne kostnader som rutetilbudet enten skaper eller sparer samfunnet for, hvilket vil tilsa at man skal minimere summen av operatørkostnadene og togpassasjerenes tidskostnader.

Figuren nedenfor illustrerer avveiningen mellom passasjerens ventetidskostnader og operatørens produksjonskostnader for gitt antall reisende per time, gitt at frekvens er designparameter for rutetilbudet.



Kurven PC angir togoperatørens produksjonskostnader. Kostnaden  $b \cdot X$  representerer kostnaden knyttet til den kapasiteten man må ha for å transportere  $X$  passasjerer per time. Når man øker frekvensen vil produksjonskostnadene øke med  $a$  for hver ekstra avgang – derfor stiger PC jevnt og trutt med frekvensen.

Kurven UC angir passasjerenes reisetidskostnader bestående av ventetidskostnader og øvrige tidskostnader. Som kurven viser så vil disse avta med frekvensen. Dersom passasjerene ankommer stasjonene tilfeldig og uten å konsultere tidtabellen så vil gjennomsnittlig ventetid være lik halvparten av tidsintervallet mellom hver avgang som jo vil bli kortere og kortere jo høyere frekvens. Men reduksjonen i forventet ventetid avtar med frekvensen: Dersom man eksempelvis har 3 avganger per time er gjennomsnittlig ventetid lik 10 minutter. Ved å øke med 3 avganger til slik at frekvensen blir doblet til 6 avganger så blir gjennomsnittlig ventetid redusert til 5 minutter. Men for å halvere ventetiden til 2,5 minutter så holder det ikke med 3 ekstra avganger, men man må ha hele 6 ekstra avganger for å doble frekvensen til 12 avganger per time. Gevinsten av å øke frekvensen med hensyn til reduksjon i ventetidskostnad er med andre ord avtagende, noe den fallende og krumme UC-kurven illustrerer.

SC-kurven er samlet kostnad for togoperatør og passasjerer. Denne vil initialt falle fordi det å øke frekvensen har en nokså sterk effekt på ventetiden slik at reduksjonen i ventetidskostnad dominerer over økningen i produksjonskostnad. Etter hvert som frekvensen øker vil effekten på ventetiden avta og etterhvert vil økningen i produksjonskostnader veie tyngre. Den laveste samlede produksjonskostnaden får vi ved frekvens  $f^*$  som da er den samfunnsøkonomisk effektive frekvensen.

Den samfunnsøkonomisk effektive frekvensen kan beregnes ved å ta utgangspunkt summen av togoperatørens produksjonskostnader og passasjerenes reisetidskostnader. Dersom vi antar at togtilbudet er så vidt høyfrekvent at passasjerene ikke konsulterer tidtabell og dermed har tilfeldig ankomst på terminalene er den samfunnsøkonomiske kostnaden gitt ved:

$$SC = a \cdot f + b \cdot X + \frac{w \cdot X}{2 \cdot f} + W \cdot X$$

Første ordens betingelse for at disse kostnadene skal være minimale er:

$$\frac{\partial SC}{\partial f} = a - \frac{w \cdot X}{2 \cdot f^2} = 0$$

Dersom vi løser dette uttrykket med hensyn på frekvensen finner vi at optimal frekvens gitt ved:

$$f^* = \sqrt{\frac{w \cdot X / 2}{a}}$$

Dette er en variant av det som er kjent som Mohrings kvadratrotsformel (Mohring, 1972). Over brøkstreken i kvadratrotten finner vi total ventetidskostnad for togpassasjerene som benytter togtilbudet i løpet av en time som består av produktet av passasjerer ( $X$ ) og gjennomsnittlig ventetidskostnad ( $w/2$ ). Under brøkstreken i kvadratrotten finner vi selskapets kapasitetsuavhengige kostnad per avgang ( $a$ ). Som vi ser så avhenger optimal frekvens positivt av ventetidskostnaden per tidsenhet ( $w$ ) og samlet antall reisende i løpet av en time ( $X$ ), men negativt av selskapets kapasitetsuavhengige kostnad per avgang ( $a$ ). Dette virker intuitivt rimelig: Det å øke frekvensen for gitt transportkapasitet koster operatøren i form av at man utnytter togenes størrelsesfordeler dårligere. På den annen side vil økt frekvens bidra til lavere ventetidskostnader

for passasjerene. Jo flere passasjerer og/eller jo høyere ventetidskostnader per time i forhold til den kapasitetsuavhengige kostnaden per ruteavgang, jo høyere bør følgelig frekvensen være.

Brøken i kvadratrotformelen vil øke proporsjonalt med passasjertallet  $X$  alt annet like. Men fordi formelen spesifiserer at vi skal ta kvadratrotten av brøken innebærer det at frekvensen skal mindre enn dobles når passasjertallet dobles. Med andre ord skal frekvensen økes underproporsjonalt med antallet passasjerer alt annet likt. Det skyldes at effekten som høyere frekvens har på forventet ventetid er avtagende som argumentert for over, og en doubling av antallet passasjerer kan dermed ikke forsvare en doubling av frekvensen.

Kapasiteten per avgang er lik  $K/f$  eller alternativt  $X/f$  når kapasiteten er tilpasset antallet reisende (dvs.  $K = X$ ). Dermed kan vi finne den optimale eller effektive kapasiteten per avgang ved å dividere passasjertallet  $X$  med den optimale eller effektive frekvensen  $f^*$  hvilket gir oss:

$$S^* = \frac{X}{\sqrt{w \cdot X / 2 \cdot a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot X}{w}}$$

Ikke overraskende sier denne formelen oss at kapasiteten per togavgang skal øke underproporsjonalt med antallet passasjerer alt annet like; det er en konsekvens av at frekvensen skal øke underproporsjonalt med antallet passasjerer slik at hver enkelt avgang må transportere flere men ikke dobbelt så mange passasjerer. Produktet av optimal frekvens  $f^*$  og optimal kapasitet per avgang  $S^*$  gir oss antallet passasjerer  $X$ , dvs.  $f^* \cdot N^* = X$ .

Togselskapets produksjonskostnader ved optimal frekvens kan man finne ved å erstatte frekvensen  $f$  med den optimale frekvensen  $f^*$  i togselskapets produksjonskostnader  $UC$ , hvilket gir oss:

$$PC^* = a \cdot f^* + b \cdot X = \sqrt{a \cdot w \cdot X / 2} + b \cdot X$$

Produksjonskostnadene per passasjer kan vi finne ved å dividere på passasjertallet  $X$ , hvilket gir oss:

$$\frac{PC^*}{X} = b + \sqrt{\frac{a \cdot w}{2 \cdot X}}$$

Av dette ser vi at togselskapets produksjonskostnad per kapasitetsenhet avtar med antallet passasjerer som skal transporteres per time. Det å transportere et stort antall passasjerer vil med andre ord koste selskapet mindre per passasjer enn om selskapet transporterer få passasjerer. Dette virker intuitivt rimelig: Vi har funnet at optimal kapasitet per avgang øker underproporsjonalt med antallet passasjerer. Dermed benyttes det tog med stadig større kapasitet jo flere passasjerer som skal transporteres. Og ettersom det er en fast, kapasitetsuavhengig kostnad (lik  $a$ ) for hvert tog vil det bli stadig flere passasjerer per tog å fordele denne faste kostnaden på.

Passasjerenes tidskostnader ved et samfunnsøkonomisk effektiv togtilbud kan vi finne ved å erstatte  $f$  med  $f^*$  i uttrykket for passasjerenes tidskostnader (under antagelse om åpen venting):

$$UC^* = \frac{w \cdot X}{2 \cdot f^*} + W \cdot X = \sqrt{a \cdot w \cdot X / 2} + W \cdot X$$

Tidskostnaden per passasjer kan vi finne ved å dividere på antallet passasjerer ( $X$ ) hvilket gir oss:

$$\frac{UC^*}{X} = \sqrt{\frac{a \cdot w}{2 \cdot X}} + W$$

Av dette ser vi at gjennomsnittlig ventetidskostnad avtar med antallet passasjerer. Dette virker intuitivt rimelig: Vi har funnet at optimal frekvens øker underproporsjonalt med antallet passasjerer. Dermed vil flere passasjerer bety et mer høyfrekvent togtilbud, noe som innebærer at gjennomsnittlig ventetid og dermed ventetidskostnad per passasjer blir redusert.

Samfunnsøkonomisk gjennomsnittskostnad er gitt ved:

$$\frac{SC^*}{X} = \frac{PC^*}{X} + \frac{UC^*}{X} = \sqrt{\frac{a \cdot w}{2 \cdot X}} + b + \sqrt{\frac{a \cdot w}{2 \cdot X}} + W = \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot w}{X}} + b + W$$

Ettersom passasjertallet ( $X$ ) inngår i nevneren i kvadratrotten så innebærer det at samfunnsøkonomisk kostnad per passasjer avtar med antallet passasjerer. Det betyr at det er kostnadmessig fordelaktig å transportere mange passasjerer. Dette kaller vi for «economies of density» eller tetthetsfordeler – fordi

større passasjertetthet (for eksempel målt ved antall passasjerer per kilometer bane) gir opphav til lavere samfunnsøkonomiske kostnader per passasjer.<sup>5</sup>

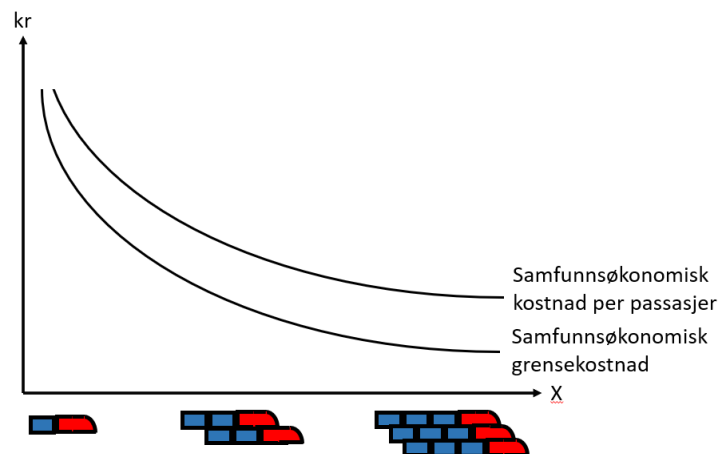
Dersom vi summerer togselskapets produksjonskostnader og passasjerenes ventetidskostnader, begge ved optimal frekvens, får vi:

$$SC^* = \sqrt{a \cdot w \cdot X/2} + b \cdot X + \sqrt{a \cdot w \cdot X/2} + W \cdot X = \sqrt{2 \cdot a \cdot w \cdot X} + b \cdot X + W \cdot X$$

Dersom vi deriverer den samfunnsøkonomiske kostnaden med hensyn på antallet passasjerer finner vi den samfunnsøkonomiske grensekostnaden som da er gitt ved:

$$MC^* = \frac{\partial SC^*}{\partial X} = \sqrt{\frac{a \cdot w}{2 \cdot X}} + b + W$$

Ettersom passasjertallet ( $X$ ) inngår i nevneren i kvadratroten så innebærer det at samfunnsøkonomisk grensekostnad avtar med antallet passasjerer. Dersom vi sammenligner samfunnsøkonomisk grensekostnad med samfunnsøkonomisk gjennomsnittskostnad så vil en merke seg at grensekostnaden er lavere enn gjennomsnittskostnaden. Dette er ikke overraskende: Vi har funnet at samfunnsøkonomisk kostnad per passasjer avtar med antallet passasjerer. Skal enhetskostnaden være fallende så må det bety at grensekostnaden er lavere enn gjennomsnittskostnaden. Figuren nedenfor illustrerer samfunnsøkonomisk grensekostnad og samfunnsøkonomisk kostnad per passasjer (enhetskostnad). Figuren antyder også de to kildene til at kostnaden per passasjer avtar med antallet passasjerer, nemlig at flere passasjerer gir dels grunnlag for bruk av større tog (som gir lavere kostnader per passasjer som følge av bedre utnyttelse av togenes størrelsesfordeler) og dels flere tog (som gir lavere gjennomsnittlige ventetidskostnader for passasjerene).



## 4.2 Samfunnsøkonomisk effektiv frekvens ved variasjon i etterspørsel over tid

Dersom det er variasjoner i etterspørselen over tid må man åpne for at frekvensen og muligvis også kapasiteten skal variere over tid. Dersom en tenker seg en løsning med lokomotiv med vogner så vil både

<sup>5</sup> Årsaken til at dette kalles for tetthetsfordeler eller «Economies of density» er følgende: Betrakt en togrute med en gitt befolkningstetthet langs linjen. Anta at man doubler antallet passasjerer ved å doble lengden på ruten. Det vil ikke bare doble antallet passasjerer men også produksjonskostnadene. Dermed vil forholdet mellom passasjerenes ventetidskostnader og den kapasitetsuavhengige produksjonskostnaden per ekstra avgang forbli uendret og optimal frekvens vil følgelig også forbli uendret. Anta i stedet at passasjermengden dobles for gitt lengde på togruten, dvs. økt passasjertetthet. Det vil doble antallet passasjerer, men ikke den kapasitetsuavhengige produksjonskostnaden per avgang som forblir uendret. Dermed vil forholdet mellom passasjerenes ventetidskostnader og den kapasitetsuavhengige produksjonskostnaden per ekstra avgang øke, hvilket vil tilsi at optimal frekvens og kapasiteten per avgang vil øke og gi opphav til lavere kostnader per transportert passasjer.

frekvens og kapasitet kunne varieres og tilpasses etterspørselen til enhver tid. De samfunnsøkonomiske kostnadene er da gitt ved:

$$SC = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot f_2 + b_2 \cdot X_2 + \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1} + \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_2}$$

Her angir fotskrift 1 trafikktopp mens fotskrift 2 angir utenom trafikktopp. Som det framgår av formuleringen åpner vi ikke bare for at antallet passasjerer varierer, men også ventetidskostnaden per tidsenhet.

Første ordens betingelser for optimale frekvenser i og utenom trafikktopp er gitt ved:

$$f_1^* = \sqrt{\frac{w_1 \cdot X_1 / 2}{a_1}}$$

$$f_2^* = \sqrt{\frac{w_2 \cdot X_2 / 2}{a_2}}$$

Vi gjenkjenner Mohrings kvadratrotsformel for optimal frekvens, men her i form av en variant for trafikktopp (1) og en variant for utenom trafikktopp. Det kan bemerkes at optimal frekvens i trafikktopp er uavhengig av optimal frekvens utenom trafikktopp – det skyldes at frekvens og kapasitet utenom trafikktopp kan velges uavhengig av frekvens og kapasitet i trafikktopp når man gjør bruk av lokomotiv og vogn. Dette bygger imidlertid på den antagelse at både frekvens og kapasitet er større i enn utenom trafikktopp.<sup>6</sup>

La oss anta at optimal frekvens er høyere i enn utenom trafikktopp. Dersom vi summerer togselskapets produksjonskostnader og passasjerenes ventetidskostnader under antagelse om optimale frekvenser får vi:

$$SC^* = \sqrt{2 \cdot a_1 \cdot w_1 \cdot X_1} + b_1 \cdot X_1 + W_1 \cdot X_1 + \sqrt{2 \cdot a_2 \cdot w_2 \cdot X_2} + b_2 \cdot X_2 + W_2 \cdot X_2$$

Her er  $W_1$  summen av øvrige tidskostnader (dvs. utenom ventetidskostnad) per passasjer i trafikktopp, mens  $W_2$  er tilsvarende for passasjerer utenom trafikktopp. Dersom vi deriverer med hensyn på henholdsvis  $X_1$  og  $X_2$  finner vi grensekostnadene henholdsvis i og utenom trafikktoppene:

$$MC_1^* = \frac{\partial SC^*}{\partial X_1} = \sqrt{\frac{a_1 \cdot w_1}{2 \cdot X_1}} + b_1 + W_1$$

$$MC_2^* = \frac{\partial SC^*}{\partial X_2} = \sqrt{\frac{a_2 \cdot w_2}{2 \cdot X_2}} + b_2 + W_2$$

Vi finner at grensekostnaden er lik gjennomsnittlig reisetidskostnad (inklusive ventetidskostnad) pluss kostnaden knyttet til å øke kapasiteten marginalt henholdsvis i og utenom trafikktopp.

Dersom det benyttes motorvognsett må togenes kapasitet være like store i og utenom trafikktoppene og bestemt av kapasitetsbehovet i trafikktoppene.<sup>7</sup> De samfunnsøkonomiske kostnadene er da gitt ved:

$$SC = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot f_2 + b_2 \cdot \frac{X_1}{f_1} \cdot f_2 + \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1} + \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_2}$$

Første ordens betingelser for optimal frekvenser i trafikktopp er gitt ved:

$$\frac{\partial SC}{\partial f_1} = a_1 - b_2 \cdot \frac{X_1}{f_1^2} \cdot f_2 - \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1^2} = 0$$

Det første leddet er merkostnaden ved å øke frekvensen marginalt med én avgang mens det siste leddet er marginal reduksjon i passasjerenes ventetidskostnad. Det midterste leddet er effekten av at en marginal

<sup>6</sup> Når det gjelder frekvensen er ikke dette en helt triviell antagelse, noe som kan forklares som følger: Det er flere passasjerer med typisk høyere tidskostnader i enn utenom trafikktopp, men samtidig er merkostnaden ved å øke frekvensen høyere i enn utenom trafikktopp ettersom det er trafikktoppen som er antatt å være dimensjonerende for så vel frekvens som kapasitet. Det betyr at forholdet mellom passasjerenes ventetidskostnader og merkostnaden knyttet til å øke frekvensen marginalt med én avgang ikke nødvendigvis er høyere i enn utenom trafikktoppen.

<sup>7</sup> Det er selvsagt tenkelig at man benytter motorvognsett som dubleres i trafikktoppene, men vi har sett bort fra det i denne sammenheng ettersom det ikke er sentralt å studere optimale rutetilbud per se.

Økning i frekvensen i trafikktoppen fører til en reduksjon i størrelsen på togene, noe som fører til en reduksjon i kostnaden på avgangene utenom trafikktoppene (som jo benytter de samme togsettene). Dermed har vi to faktorer som trekker i retning av frekvens, nemlig både sparte ventetidskostnader og sparte produksjonskostnader utenom trafikktoppene. Løser vi med hensyn på frekvensen i trafikktoppen får vi:

$$f_1^* = \sqrt{\frac{(b_2 \cdot f_2 + w_1/2) \cdot X_1}{a_1}}$$

Vi ser at i forhold til standard Mohring kvadratrotformel så få vi nå et ekstra tillegg i telleren, nemlig effekten av at frekvensen reduserer togstørrelsen som reduserer produksjonskostnadene utenom trafikktopp. Det tilsier at frekvensen skal være høyere i trafikktopp enn hva tilfelle er ved bruk av lokomotiv og vogn hvor man slipper å kjøre tog med overkapasitet utenom trafikktoppen.

Første ordens betingelser for optimale frekvenser utenom trafikktopp er gitt ved:

$$\frac{\partial SC}{\partial f_2} = a_2 - b_2 \cdot \frac{X_1}{f_1} - \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_2^2} = 0$$

Summen av de to første leddene er merkostnaden ved å øke frekvensen marginalt utenom trafikktopp med én avgang, mens det siste leddet er marginal reduksjon i passasjerenes ventetidskostnad. Merkostnaden knyttet til å øke frekvensen marginalt utenom trafikktopp inkluderer nå kostnadene knyttet til å benytte et tog med overkapasitet framfor et tog som er tilpasset kapasitetsbehovet utenom trafikktopp. Løser vi med hensyn på frekvensen utenom trafikktoppen får vi:

$$f_2^* = \sqrt{\frac{w_1 \cdot X_1/2}{a_2 + b_2 \cdot X_1/f_1}}$$

Vi ser at i forhold til standard Mohring kvadratrotformel så få vi nå et ekstra tillegg i nevneren, nemlig den merkostnaden knyttet til at vi nå er henvist til å bruke tog med overkapasitet når man skal øke frekvensen utenom trafikktoppen. Det tilsier at frekvensen skal være lavere utenom trafikktopp enn hva tilfelle er ved bruk av lokomotiv og vogn hvor man slipper å ha tog med overkapasitet utenom trafikktoppen.

På grunn av den gjensidige avhengigheten som er mellom første ordens betingelsen i trafikktoppen og første ordens betingelsen utenom trafikktoppen må de to løses simultant.

### 4.3 Samfunnsøkonomisk effektiv frekvens ved retningsubalanse

Dersom det er retningsubalanse må både togenes kapasitet og frekvens være den samme i begge retninger og presumptivt bestemt av behovet for kapasitet og frekvens i den trafikkunge retningen. De samfunnsøkonomiske kostnadene er da gitt ved:

$$SC = a_1 \cdot f_1 + b_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot f_1 + b_2 \cdot X_1 + \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1} + \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_1}$$

Her angir fotskrift 1 den trafikkunge retningen mens fotskrift 2 angir den trafikksvake retningen. Som det framgår av formuleringen åpner vi for at ventetidskostnaden per tidsenhet kan være ulik i den trafikkunge og den trafikksvake retningen.

Første ordens betingelser for optimal frekvens i den trafikkunge retningen er gitt ved:

$$\frac{\partial SC}{\partial f_1} = a_1 + a_2 - \frac{w_1 \cdot X_1}{2 \cdot f_1^2} - \frac{w_2 \cdot X_2}{2 \cdot f_1^2} = 0$$

Vi merker oss at det å øke frekvensen marginalt i den trafikkunge retningen innebærer at frekvensen også økes marginalt i den trafikksvake retningen – derfor inkluderes både merkostnaden knyttet til å sette inn en ekstra avgang i den trafikkunge retningen pluss merkostnaden knyttet til å sette inn en ekstra avgang i den trafikksvake retningen. Vi merker oss på tilsvarende vis at det å øke frekvensen marginalt i den trafikkunge retningen ikke bare vil føre til lavere ventetidskostnad i den trafikkunge retningen, men også lavere ventetidskostnad i den trafikksvake retningen. Formelen for optimal frekvens blir i dette tilfellet:

$$f_1^* = \sqrt{\frac{w_1 \cdot X_1/2 + w_2 \cdot X_2/2}{a_1 + a_2}}$$

Dersom vi summerer togselskapets produksjonskostnader og passasjerenes ventetidskostnader under antagelse om optimal frekvens får vi:

$$SC^* = \sqrt{2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot (w_1 \cdot X_1 + w_2 \cdot X_2)} + (b_1 + b_2) \cdot X_1 + W_1 \cdot X_1 + W_2 \cdot X_2$$

Her er  $W_1$  summen av øvrige tidskostnader (dvs. utenom ventetidskostnad) per passasjer i trafikktopp, mens  $W_2$  er tilsvarende for passasjerer utenom trafikktopp. Dersom vi deriverer med hensyn på henholdsvis  $X_1$  og  $X_2$  finner vi grensekostnadene henholdsvis i og utenom trafikktoppene:



# 5 Samfunnsøkonomisk effektiv prising av togreiser

I dette kapitlet vil vi se nærmere på samfunnsøkonomisk effektiv prising av togreiser. Dette innebærer å anvende de generelle prinsippene om samfunnsøkonomisk effektiv prising (jfr kapittel 2). Vi vil fokusere på første-beste takster som innebærer at takstene skal gjenspeile den samfunnsøkonomiske grensekostnaden. Vi vil her skille mellom det vi kaller for kort sikt hvor det ikke er mulig å endre kapasitet og frekvens, og lang sikt hvor frekvens og kapasitet er antatt å være tilpasset reisebehovet optimalt (slik som redegjort for i kapittel 4).

## 5.1 Første-beste grensekostnadsprising: Kort sikt

På kort sikt antar vi at rutetilbudet er gitt og uforanderlig. Ettersom operatørens produksjonskostnader først og fremst avhenger av kostnadene knyttet til kapasitet (antall vogner) og frekvens (antall lokomotiv) som vi altså antar er gitt, så kan vi anta at togoperatørens merkostnad forbundet med å transportere en ekstra passasjer er tilnærmet lik null.

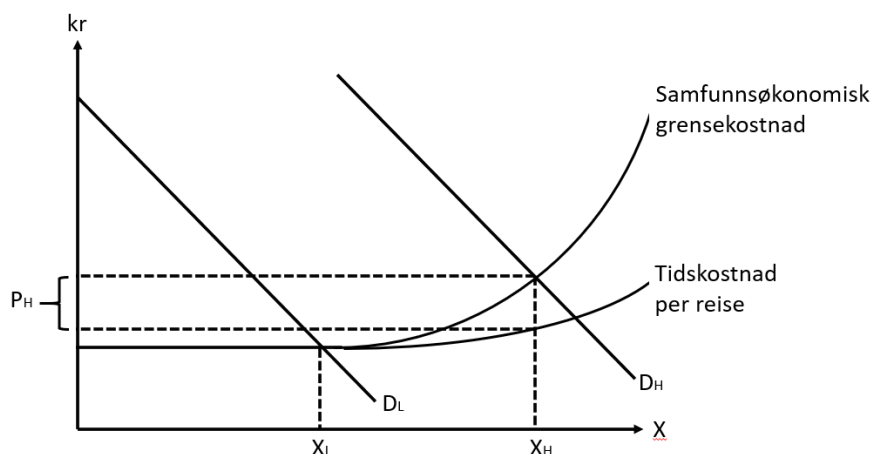
Så lenge togtilbudets kapasitet har lav utnyttelsesgrad vil en ekstra togpassasjer heller ikke påføre sine medpassasjerer noen ulempekostnader. En konsekvens av det vil være at for reiser på de strekningene og de tidspunktene hvor utnyttelsesgraden er lav så tilsier samfunnsøkonomisk effektivitet at det bør være gratis å benytte seg av togtilbudet.

På de tidspunkt og de strekninger hvor utnyttelsesgraden begynner å nærme seg togtilbudets transportkapasitet vil det presumptivt oppstå trengsel, og en ekstra passasjer vil medføre økt trengsel om bord. Trengsel vil presumptivt medføre at passasjerene får økte reisetidskostnader. Dermed vil en ekstra reise på de strekninger og de tidspunkt hvor utnyttelsesgraden er høy medføre at medpassasjerene påføres en ulempekostnad. Utfra prinsippet om grensekostnadsprising bør pris i så fall gjenspeile økningen i ulempekostnadene for samtlige medpassasjerer som blir berørt.<sup>8</sup>

Figuren nedenfor illustrerer prinsippet.  $D_H$  og  $D_L$  angir etterspørselen etter å reise med tog henholdsvis i og utenom trafikktoppen, og hvor etterspørselen her er en funksjon av generalisert reisekostnad som består av generalisert tidskostnad pluss eventuell pris. Tidskostnad per reise er konstant og uavhengig av antallet passasjerer inntil man nærmer seg togtilbudets kapasitetsgrense. Det innebærer at samfunnets grensekostnad forbundet med en ekstra reise er lik tidskostnaden for den ekstra reisen, en kostnad som bæres av passasjerer selv. Kostnader som bæres av passasjerer selv blir hensyntatt i beslutningen om å reise eller ei og er derfor ikke prisingsrelevant. Av den grunn skal togpassasjerene ikke betale i trafikksvake perioder og på trafikksvake strekninger.

---

<sup>8</sup> Dette har helt klare likhetstrekk med vegprising hvor den enkelte bilist skal betale for den marginale økningen i medtrafikanterens ulempe- eller tidskostnader som bilisten forårsaker.



Dersom antallet passasjerer begynner å nærme seg togtilbudets kapasitetsgrense oppstår det trengsel ombord, og jo flere passasjerer jo større trengsel. Dermed vil den gjennomsnittlige reisetidskostnaden øke med antallet passasjerer slik kurven tidskostnad per reise illustrerer. En følge av det er at en ekstra passasjer vil påføre sine medpassasjerer økte reisetidskostnader, og den samfunnsøkonomiske grensekostnaden vil være høyere enn den gjennomsnittlige reisetidskostnaden. Den enkelt passasjer vil ta hensyn til egen reisetidskostnad i sine beslutninger men vil presumptivt ikke ta hensyn til de merkostnadene som reisen påfører medpassasjerene. Det betyr at prisen skal gjenspeile differansen mellom egen reisetidskostnad og samfunnsøkonomisk grensekostnad som altså er lik merkostnaden som reisen påfører medpassasjerene. Denne prisen er markert med  $P_H$  i figuren.

Denne formen for grensekostnadsprising tilsier at prisene skal variere med hvor og når man reiser. Den opplagte begrunnelsen for variasjon i prisene er antallet reisende og hvor det skal koste mer jo større press det er på kapasiteten. Men også tidskostnadene til medpassasjerene kan variere, eksempelvis at det i trafikktoppene på hverdager typisk vil være mange av passasjerene som har relativt høye tidskostnader sett i forhold til utenom trafikktoppene hvor mange av passasjerene gjerne har relativt lave tidskostnader. Konsekvensene av en slik prising vil i så fall bli at:

- Ved variasjon i etterspørselen etter å reise skal det å reise i trafikktoppene ha høyere pris enn det å reise utenom trafikktoppene
- Ved retningsubalanse skal det å reise i den trafikktunge retningen ha høyere pris enn å reise i den trafikksvake retningen
- Ved variasjon i passasjertallet langs traséen skal det å reise på de mest trafikktunge delstrekningene koste mer enn å reise på de mindre trafikktunge delstrekningene

Det er en kjent sak at det eksisterer stokastiske (tilfeldige) variasjoner i etterspørselen i tillegg til de mer systematiske variasjonene i etterspørselen. Skal man følge disse prinsippene helt bokstavelig skal prisen i så fall variere fra dag til dag. En slik prispolitikk vil selvsagt ikke være praktikabel og neppe akseptabel. I praksis kan man derfor se for seg at man baserer seg på gjennomsnittstall, eksempelvis gjennomsnittlig antall passasjerer i trafikktoppen på en hverdag, gjennomsnittlig antall reisende i den trafikksvake retningen etc.

## 5.2 Første-beste grensekostnadsprising: Lang sikt

Vi vil nå se nærmere på prising i et langsiktig perspektiv hvor man kan se for seg at det er mulig å endre rutetilbud både hva angår frekvens og kapasitet.

Vi betrakter reiser som gjennomføres fordi de reisende ønsker å forflytte seg og ikke fordi de ønsker å reise per se. I slike tilfeller har de reisende en betalingsvilje for å forflytte seg geografisk, men også en tidskostnad knyttet til at reisen berøver dem for tid som er knapp og verdifull for de reisende. Dersom

betalingsviljen overstiger tidskostnaden ved å reise samt den prisen man må betale for å reise, det som er kjent som generalisert reisekostnad, så vil reisen ventelig gjennomføres.

Poenget med en (første-beste) samfunnsøkonomisk effektiv pris på togreiser er å stille togpassasjerene overfor de merkostnadene deres togreiser påfører *andre* i samfunnet. De kostnadene som passasjerene påfører seg selv ved å reise, dvs. egne tidskostnader, er ikke prisingsrelevante idet passasjerene tar hensyn til sine egne tidskostnader.

La oss starte med å tenke oss at togtilbudet er samfunnsøkonomisk effektivt. En måte å komme fram til den prisingsrelevante grensekostnaden for togreiser er ved å ta utgangspunkt i gjennomsnittlig tidskostnad for en togreise gitt et optimalt togtilbud (se forrige kapittel):

$$\frac{UC^*}{X} = \sqrt{\frac{a \cdot w}{2 \cdot X}} + W$$

Det passasjerens skal stilles overfor er grensekostnaden ved en togreise som ved et optimalt togtilbud er gitt ved (se forrige kapittel):

$$MC^* = \sqrt{\frac{a \cdot w}{2 \cdot X}} + b + W$$

Vi merker oss at grensekostnaden er lik passasjerens tidskostnad pluss kostnaden knyttet til å øke passasjerkapasiteten marginalt, b. Det betyr at en passasjer vil selv bære hele grensekostnaden med unntak av kostnaden knyttet til å forsyne passasjerens med en plass på toget. Det betyr at den samfunnsøkonomisk effektive prisen på en togreise skal gjenspeile kostnaden knyttet til å øke passasjerkapasiteten marginalt, gitt ved b:

$$P^* = b$$

Som vi har vært inne på tidligere består produksjonskostnadene til togselskap av kostnadene knyttet til å sørge for passasjerkapasitet pluss kostnadene knyttet til å tilby et togtilbud med kvalitet, i vårt tilfelle i form av en samfunnsøkonomisk effektiv frekvens. Prisingsregelen innebærer dermed at passasjerene skal betale for togselskapets kostnader knyttet til kapasiteten, men ikke togselskapets kostnader knyttet til kvaliteten på rutetilbudet. Hvis en ser for seg en løsning med lokomotiv og etterhengte vogner så vil det bety at passasjerene skal betale for vognene men ikke for lokomotivet og togpersonellet (lokfører og konduktør)<sup>9</sup>.

En måte å forklare at passasjerene skal betale for kapasitet men ikke kvalitet på rutetilbudet (frekvens) er denne: Tenk deg at man i utgangspunktet transporterer alle passasjerene i ett langt tog bestående av et lokomotiv med en lang rekke med etterhengte passasjervogner; det kan betraktes som et minimumstilbud hva kvalitet angår. Et slikt tilbud vil innebære relativt høye ventetidskostnader for passasjerene. Ved å sette inn flere lokomotiv med tilhørende personell i togdriften, spre vognene på de ulike lokomotivene og spre avgangene i tid så vil man oppnå høyere frekvens og med det besparelser i de reisende sine ventetidskostnader. Så lenge merkostnaden ved å sett inn et ekstra lokomotiv med tilhørende personell er lavere enn den samlede besparelsen i passasjerens ventetidskostnader så vil det øke det samfunnsøkonomiske overskuddet og bidra til en mer effektiv ressursbruk for samfunnet. De merkostnadene som togselskapet pådrar seg ved å øke frekvensen «betaler» seg altså i form av sparte ventetidskostnader. Årsaken til at disse kostnadene som knytter seg til togtilbudets kvalitet (dvs. frekvens) ikke skal gjenspeile seg i prisen som passasjerene skal betale er at togtilbudets kvalitet (frekvens) er en form for et kollektiv gode. Det vil si: En økning i frekvensen vil komme alle passasjerer til gode og er ikke individualisert slik som det å ha plass på toget. Det er et velkjent resultat innen samfunnsøkonomisk faglitteratur at det å gjøre bruk av kollektive goder har null grensekostnad og følgelig ikke bør prises.<sup>10</sup>

En annen måte å forklare at passasjerene skal betale for kapasitet men ikke kvalitet på rutetilbudet (frekvens) er denne: La oss tenke oss at man tilbyr et togtilbud med en gitt kvalitet (frekvens) og en gitt

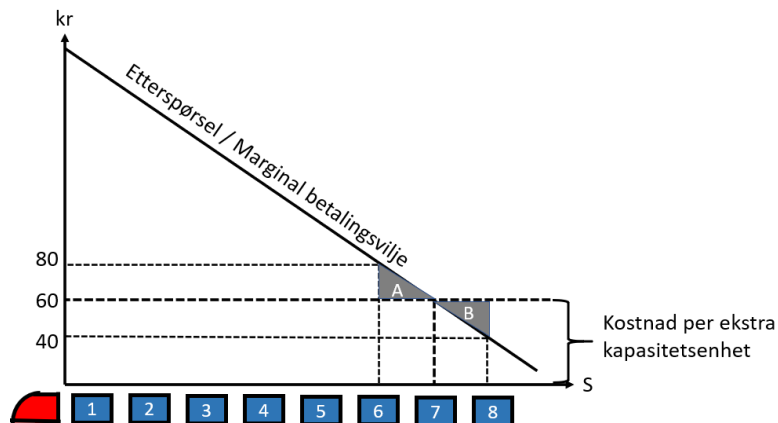
---

<sup>9</sup> Dette representerer en forenkling ettersom antallet konduktører vil kunne avhenge av lengden på toget / antallet vogner.

<sup>10</sup> Det kan påpekes at dette ikke er et rent kollektivt gode ettersom det er mulig å ekskludere passasjerer fra å nyte godt av et høykvalitets togtilbud.

kapasitet. La oss videre tenke oss at passasjerene ble avkrevd en pris som dekket alle produksjonskostnader som togselskapet har, dvs. både kostnader knyttet til å tilby kapasitet og kostnader knyttet til å tilby kvalitet (frekvens). Det vil innebære at den enkelte passasjer vil betale en pris som gjenspeiler gjennomsnittskostnaden forbundet med å produsere togtilbudet. La oss så tenke oss at det tilkommer nye passasjerer som ønsker å benytte seg av dette togtilbudet. Produksjonskostnadene knyttet til kvaliteten på togtilbudet (frekvensen) vil imidlertid forbli uendret om det er flere som benytter seg av togtilbudet. Det eneste som påvirkes er kostnadene knyttet til kapasiteten hvor man kan tenke seg at det må anskaffes en ekstra passasjervogn som kan hektes bakpå ett av togene som allerede er i rutedrift. Ved å ta en pris som gjenspeiler gjennomsnittskostnaden så risikerer man at disse ekstra passasjerene ikke finner det regningssvarende å foreta reisene på tross av at deres betalingsvilje kan forsvare merkostnaden knyttet til nødvendig økning i kapasitet. Ved å kreve at passasjerene også skal betale for gjennomsnittlig kostnad knyttet til å tilby kvalitet (frekvens) så går samfunnet dermed glipp av verdifulle reiser.

Det at pris skal gjenspeile merkostnaden ved å øke kapasiteten marginalt kan gi inntrykk av at man kan justere kapasiteten trinnløst etter etterspørselen. Det kan man naturlig nok ikke og i hvert fall ikke på kort sikt. Men på lang sikt kan man justere kapasiteten om enn ikke trinnløst så i hvert fall trinnvis og i samsvar med det man kan anta vil være etterspørselen / kapasitetsbehovet. For å forstå prinsippet kan det derfor være hensiktsmessig å tenke seg at *man velger en pris for så å tilpasse kapasiteten etter den antatte etterspørselen det vil gi*. For å gjøre det konkret kan man tenke seg at man til prisene 80,-, 60,- og 40,- per reise kan forvente en etterspørsel som tilsvarer henholdsvis 6, 7 og 8 passasjervogner slik som vist i figuren nedenfor.



Anta at den relevante merkostnaden med en ekstra passasjervogn er kr 60,- per kapasitetsenhet (sete) regnet per tur. Det vil da være riktig å prise reisene til kr 60,- og anskaffe 7 passasjervogner. Hadde man tatt en høyere pris, eksempelvis kr 80,- per reise, og anskaffet kun 6 passasjervogner ville man hatt en hel vognlast med potensielle passasjerer som ville ha unnlatt å reise på tross av at deres marginale betalingsvilje oversiger merkostnaden ved å tilby dem plass. Det samfunnsøkonomiske tapet ved det svarer til areal A i figuren som er differansen mellom betalingsvilje og merkostnad summert over alle passasjerene i vognen. Hadde man derimot tatt en lavere pris, eksempelvis kr 40,- per reise, og anskaffet hele 8 passasjervogner ville man hatt en hel vognlast med passasjerer som ville ha reist på tross av at deres marginale betalingsvilje ikke er tilstrekkelig til å dekke merkostnaden ved å tilby dem plass. Det samfunnsøkonomiske tapet ved det svarer til areal B i figuren som er differansen mellom merkostnad og betalingsvilje summert over alle passasjerene i vognen.

### 5.3 Første-beste prising ved varierende etterspørsel over tid

Vi har ved flere anledninger vært inne på at etterspørselen etter togreiser varierer både geografisk og over tid, og at det kan tilsi variasjoner i rutetilbudet. La oss nå se på det tilfellet hvor etterspørselen varierer over og hvor vi forenkler og tenker oss at etterspørselen kan enten være høy eller lav.

La oss starte med å tenke oss at togtilbudet er samfunnsøkonomisk effektivt i og utenom trafikktopp. I så fall er gjennomsnittlig tidskostnad for en togreise i og utenom trafikktopp gitt ved:

$$\frac{UC_1^*}{X_1} = \sqrt{\frac{a_1 \cdot w_1}{2 \cdot X_1}} + W_1$$

$$\frac{UC_2^*}{X_2} = \sqrt{\frac{a_2 \cdot w_2}{2 \cdot X_2}} + W_2$$

Vi har tidligere (se forrige kapittel) funnet at grensekostnaden knyttet til å reise i og utenom trafikktopp er gitt ved:

$$MC_1^* = \sqrt{\frac{a_1 \cdot w_1}{2 \cdot X_1}} + b_1 + W_1$$

$$MC_2^* = \sqrt{\frac{a_2 \cdot w_2}{2 \cdot X_2}} + b_2 + W_2$$

Vi merker oss at grensekostnaden er lik passasjerens tidskostnad pluss kostnaden knyttet til å øke passasjerkapasiteten marginalt, henholdsvis  $b_1$  i trafikktoppen og  $b_2$  utenom trafikktoppen. Det betyr at en passasjer vil selv bære hele grensekostnaden med unntak av kostnaden knyttet til å forsyne passasjerens med en plass på toget. Det betyr at den samfunnsøkonomisk effektive prisen på en togreise skal gjenspeile kostnaden knyttet til å øke passasjerkapasiteten marginalt:

$$P_1^* = b_1$$

$$P_2^* = b_2$$

Det kan anmerkes at merkostnaden knyttet til å øke kapasiteten i trafikktoppen ( $b_1$ ) er vesentlig høyere enn kostnaden ved å øke kapasiteten utenom trafikktoppen ( $b_2$ ). Dette henger sammen med at det er trafikktoppen som er kapasitetsdimensjonerende. Således vil merkostnaden knyttet til å øke passasjerkapasiteten i trafikktoppen bestå av den marginale økningen i både kapitalkostnad og driftskostnad. Utenom trafikktoppen vil merkostnaden kun bestå av den marginale økningen i driftskostnaden. Følgelig skal det koste mer å reise i enn utenom trafikktoppen.

## 6 Avrunding

Denne rapporten har fokusert på samfunnsøkonomisk effektiv prising av togreiser både i et første-beste og et nest-beste perspektiv. Fokuset har vært teoretisk og har trukket veksler på både teori om samfunnsøkonomisk teori om optimale priser generelt og kollektivtransport generelt. Hovedbudskapet er at de reisende bør i utgangspunktet stilles overfor priser som gjenspeiler merkostnadene som deres reiser vil påføre andre enn dem selv, det vi kan kalle for den prisingsrelevante samfunnsøkonomiske grensekostnaden ved en togreise. Dette er generelt kjent som prinsippet om grensekostnadsprising.

Dersom man anlegger et kortsiktig perspektiv tilsier dette at togpassasjerene skal betale for de merkostnadene man påfører andre reisende enten i form av økte ulempekostnader knyttet til trengsel eller i form av å hindre andre i å reise. Ettersom trengsel og avvising bare oppstår i de tidsrom og på de strekninger hvor kapasiteten er knapp, tilsier dette at prisene skal være høye for reiser over kapasitetsdimensjonerende strekk i trafikktoppene, men ellers svært lave eller null.

Dersom man anlegger et langsiktig perspektiv tilsier dette at togpassasjerene skal betale for den merkostnaden operatøren har forbundet med nødvendig økning i passasjerkapasiteten per tog. Ettersom det kun er nødvendig å øke kapasiteten for reiser i de tidsrom og på de strekninger hvor kapasiteten er knapp, tilsier dette at prisene skal være høye for reiser over kapasitetsdimensjonerende strekk i trafikktoppene, men ellers svært lave eller null.

Ved å legge til grunn et langsiktig perspektiv vil de samfunnsøkonomisk effektive prisene innebære at billettinntektene dekker operatørens kostnader knyttet til å tilby kapasitet. Kostnadene knyttet til å tilby kvalitet på rutetilbudet (i form av flere ruteavganger enn det som strengt tatt er nødvendig) vil derimot måtte dekkes av offentlige tilskudd. Slike offentlige tilskudd har realøkonomiske kostnader grunnet effektivitetstap som oppstår ved beskatning. Det tilsier at man bør bestrebe seg på å begrense behovet for offentlige tilskudd. Det kan delvis skje ved å tilby et rutetilbud som har noe lavere kvalitet (færre avganger) enn første-beste, og det kan delvis skje ved å velge priser som gir større billettinntekter. Dersom en begrenser seg til enkeltbillett vil hensynet til å spare offentlige tilskudd tilsi at prisene bør overstige samfunnsøkonomisk grensekostnad. Det relative prispåslaget på grensekostnaden bør være større jo mindre priselastisk etterspørselen er, en regel som er kjent som den inverse elastisitetsregel. Men det tilsier også at man bør basere seg på å tilby såkalt ikke-uniform prising som et tillegg til enkeltbillett. Ikke-uniform prising innebærer bruk av flere prisledd, eksempelvis en fastpris som er uavhengig av reisemengde kombinert med en pris per reise. Ved å la prisen per reise gjenspeile samfunnsøkonomisk grensekostnad oppnås samfunnsøkonomisk effektivt reiseomfang samtidig som fastprisen gir økt billettinntekt.

I en ideell verden er alle transportformer priset i samsvar med prinsippene om samfunnsøkonomisk effektiv prising. Det betyr blant annet at transportformer som medfører eksterne kostnader betaler avgifter som gjenspeiler og dermed internaliserer de marginale eksterne kostnadene. Hvis så ikke er tilfelle vil prisforholdet mellom ulike transportformer bli samfunnsøkonomisk ineffektivt og føre til en ineffektiv transportmiddelfordeling. Ideelt sett tilsier det innføring av korrekte avgifter på de transportformene som skaper eksternalitetene, men i en nest-beste verden kan det tilsi at man senker prisene på andre transportformer som ikke skaper eksternaliteter for derigjennom å oppnå et korrekt prisforhold. Slike hensyn kan tilsi at togreiser skal prises lavere alt annet like.

Det å følge prinsippene om samfunnsøkonomisk effektiv prising vil medføre en prisstruktur som kan framstå som komplisert eller lite transparent for kundene. Det representerer en kostnad for samfunnet i seg selv og kan føre til avvisning av kunder, noe som i neste omgang kan tilsi at prisingen bør forenkles. Slike vurderinger er imidlertid utenfor rammen av denne rapporten.

## 7 Referanser

Baumol, W. J. & Bradford, David D. (1970): Optimal departures from marginal cost pricing, *American Economic Review* vol 60, no 3 – pp. 265 – 283.

Boiteux, M. (1956): Sur la gestion de monopoles publics astreints a l'équilibre budgétaire, *Economtrica* vol 24, pp. 22-44, engelsk versjon: On the management of public monopolies subject to budgetary constraints, *Journal of Economic Theory* vol 3 (1971), pp. 219-240.

Jan Owen Jansson, Johan Holmgren and Anders Ljungberg (2015): Pricing public transport services, *Handbook of research methods and applications in transport economics and policy*, pp. 260- 308

Lipsey, R. G. & Lancaster, K (1956-1957): The general theory of the second best, *Review of Economic Studies*, vol 24, no 1 – pp. 11 – 32.

Mohring, H. (1972): Optimization and scale economies in urban transportation, *American Economic Review* vol 62, no 4 – pp. 591 – 604.

Ramsey, F. (1927). A contribution to the theory of taxation, *Economic Journal*, vol 37 – pp. 47 – 61.